

弱い圧縮性による一様等方性乱流中の管状渦の旋回運動低減現象

Suppression of swirling motions of tubular vortices in an isotropic turbulence by a weak compressibility

三浦英昭, 核融合研, 岐阜県土岐市下石町 322-6, E-mail:miura@toki.theory.nifs.ac.jp

MIURA Hideaki, National Institute for Fusion Science, 322-6 Oroshi, Toki, Gifu 509-5292

Effects of a weak compressibility on vortical structures in comopressible isotropic turbulence are investigated by means of direct numerical simulations and a vortex identification scheme. It is shown that a compressibility changes various properties of vortical structures such as vortex radius and traveling velocity of central axes of vortices. It is also shown that these changes are brought by reduction of swirling motions around vortex axes.

1 はじめに

流体の圧縮性の乱流への影響は、乱流に大きな影響を及ぼすことが知られている。この影響は、一様剪断乱流や混合流における運動エネルギー成長率の抑制現象に特に顕著に見られる。Sarkar[1]の研究などによると、圧縮性の影響は、圧力・膨張相関や圧縮性の散逸など圧縮性流体独自の効果よりはむしろ、圧縮性の存在による速度場の非圧縮成分の変化によるものが大きいということがわかっていてる。しかし、このような変化が、具体的にどのように実現され、どのような現象に反映されるか、その詳細はまだ明らかではない。

この変化を明らかにするため、我々は、乱流に現われる具体的な構造の詳細を調べる。ここでは、その第一歩として、一様等方乱流中の管状渦構造を考える。管状渦構造は、流体の速度場の非圧縮成分の変動を敏感に反映する。したがって、乱流、特に速度場の非圧縮成分が圧縮性の存在によって影響を受けた場合、渦構造には明確な変化が現われると考えられる。この意味で、渦構造は圧縮性の乱流への影響の良い指標となり得る。さらに、渦構造は乱流の混合などに非常に大きな影響を及ぼすと考えられることから、渦構造の圧縮性の影響による変化それ自体が重要な研究テーマとなり得るものである。ここでは、圧縮性が乱流にもたらす具体的な変化を、圧縮性及び非圧縮性減衰性等方乱流の直接数値計算 (DNS) と、これらの DNS で実現される乱流場の渦構造解析を通じて調べる。

2 DNS の概要

DNS にはフーリエ擬スペクトル法とルンゲ・クッタ・ジル法を用いる。圧縮性流体の方程式は、密度 ρ 、運動量 ρu_i 、全エネルギー E_T を基礎変数として、以下のよう

に記述できる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} &= -\frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ &+ \frac{2}{Re_0} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ S_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

$(i = 1, 2, 3)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_T}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x_i} [(E_T + p)u_i] \\ &+ \frac{1}{M_0^2 Pr_0 Re_0 (\gamma - 1)} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} \\ &+ \frac{2}{Re_0} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ u_i \left[S_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

$$E_T = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_i u_i, \quad (4)$$

$$p = \frac{1}{\gamma M_0^2} \rho T, \quad (5)$$

ここで、 u_i は速度ベクトルの第 i 成分、 S_{ij} はひずみ速度テンソルの (i, j) 成分、 p 、 T は圧力及び温度である。比熱比は $\gamma = 1.4$ である。方程式 (1)-(5) のコントロールパラメータはレイノルズ数 Re_0 、プラントル数 Pr_0 、マッハ数 M_0 である。

非圧縮性流体の方程式は、以下のように記述される。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} &= -u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_0} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \\ &(i = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (7)$$

ここでは、密度は一様一定 ($\rho_0 \equiv 1$) とし、コントロールパラメータはレイノルズ数 Re_0 のみである。

	N^3	Re_0	M_0^2	Pr_0	γ
run-C	256^3	1000	2.0	0.70	1.4
run-I	256^3	1000	-	-	-

Table 1: DNS のコントロールパラメータ

我々の DNS は、以下に述べるような初期条件から出発する圧縮性と非圧縮性のランから成り、圧縮性及び非圧縮性のランをそれぞれ run-C, run-I と名付ける。DNS の初期条件は、一様な初期密度と、ランダムで圧縮性のない初期速度場で与えられる。初期速度場は、エネルギースペクトル

$$E(k, t) \propto k^4 \exp\left(-2\frac{k^2}{k_0^2}\right) \quad (8)$$

で与える。ここでは、 $k_0 = 4$ とする。初期速度場のフリーモードの位相は、乱数で与える。圧縮性 DNS の初期条件において、密度は初期に一様 ($\rho = 1$) とし、圧力は速度場の非圧縮成分から、ポアソン方程式

$$\frac{\partial^2 p^I}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i \partial x_j} (u_i^I u_j^I) \quad (9)$$

を解いて得る。添字 I はベクトルの回転 (非圧縮) 成分を表している。この二つの DNS に関するコントロールパラメータを表 1 に示す。

図 1 には、run-C の乱流マッハ数

$$\langle M_t \rangle = \sqrt{\left\langle \frac{u_i u_i}{c^2} \right\rangle} \quad (10)$$

を示した。ここで、 c は音速を表している。乱流マッハ数 $\langle M_t \rangle$ は初期時刻において約 0.5 弱、最終時刻で 0.2 程度である。局所的な乱流マッハ数 M_t の値を詳細に調べると、初期時刻において 1 を越えている領域も存在する。しかし、初期に速度場の圧縮性成分も密度揺らぎもないため、速度場の圧縮性成分は非常に弱く、流体の膨張 $\partial u_i / \partial x_i$ の可視化などで確認する限り、衝撃波はこの DNS を通じて最後まで形成されない。(衝撃波は流体の圧縮によって生成されるものであることを想起されたい。)

図 2 には、run-C 及び run-I の運動エネルギーの時間発展を示した。以後、特に言及しないかぎり、図中の実線は run-C のデータを、点線は run-I のデータを表す。圧縮性剪断乱流などの DNS では、運動エネルギーの成長率が圧縮性の影響で低下するなど、圧縮性の影響が顕著に見られる。しかし、run-C の圧縮性が弱い為、二つの DNS の運動エネルギーの間には有意な差は見られない。この意味で、圧縮性の影響は非常に小さいように見える。

図 3 には、run-C 及び run-I のエンストロフィーの時間発展を示した。時刻 $t \simeq 4$ において、二つの DNS はともにエンストロフィー最大となる。二つの DNS のエンストロフィーは、運動エネルギーの場合に比べれば違いがはっきりしているが、その差はたかだか 2.5% 程度

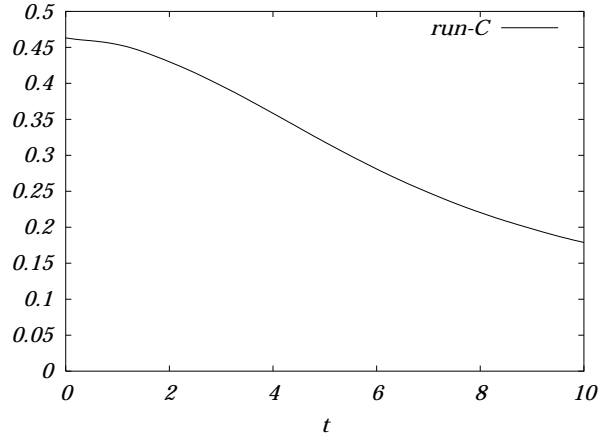


Fig. 1: Time evolution of the mean turbulent Mach number.

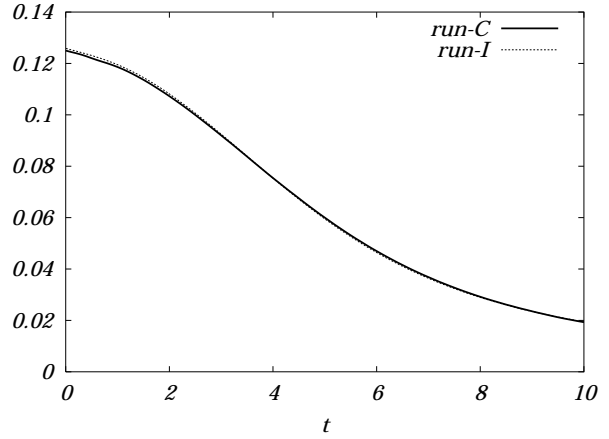


Fig. 2: Time evolution of the kinetic energy. Solid and dotted lines represent data of run-C and run-I, respectively.

である。運動エネルギーに比べて違いが比較的明瞭であるという事実は、その違いが高波数 (微細スケール) において現れるということを示している。

図 1 は、二つの DNS のテイラー長レイノルズ数

$$Re_\lambda = Re_0 \sqrt{\langle u_1 \rangle^2} \lambda \quad (11)$$

の時間発展である。ここで、 λ はテイラー長

$$\lambda = \frac{\sqrt{\langle u_1 \rangle^2}}{\sqrt{\left\langle \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 \right\rangle}} \quad (12)$$

である。二つの DNS のテイラー長レイノルズ数 Re_λ はともに、初期時刻において 184、最終時刻において 26 であり、お互いにほとんど違いがない。

上で示したように、run-C では、圧縮性が弱く、空間積分で得られる諸量の振舞は run-I と区別が付きにくい。特に、全運動エネルギー及びエンストロフィーの時間発展を調べると、run-C と run-I の間には、それぞれ 1%

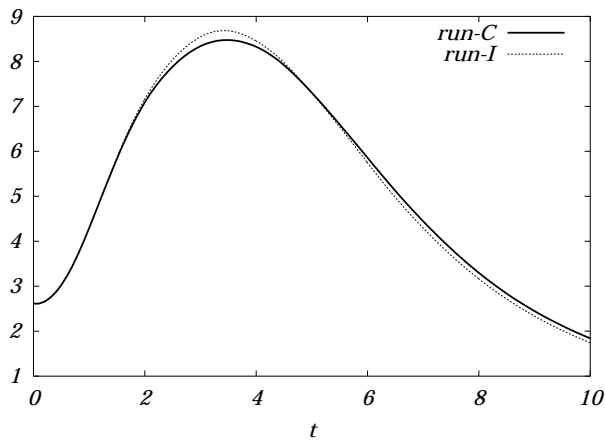


Fig. 3: Time evolution of the enstrophy.

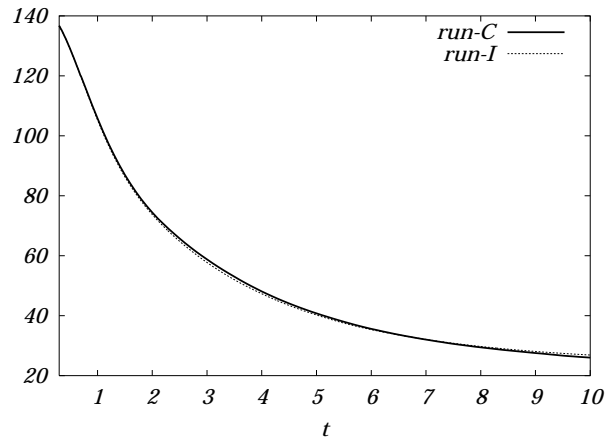


Fig. 4: Time evolution of Taylor-scale Reynolds number.

及び3%弱にも満たない違いしかない。しかし、次節で示すように、渦構造をつぶさに調べると、この二つの乱流場の間には明確な違いがあることがわかる。

3 渦解析

ここでは、渦構造解析を通じて、圧縮性の乱流への影響を調べる。渦構造の同定法には我々が開発した低圧力旋回渦同定法 [2, 3] を用いる。この渦同定法は、旋回渦の中心軸 (渦軸) と、その周囲の旋回領域 (渦芯) を同定するものである。

図6は、乱流中の渦の中心軸の総延長の時間発展である。中心軸の総延長は、初期の長さから次第に増加し、時刻 $t \simeq 7$ で最長となり、その後緩やかに減少する。時刻 $t \simeq 7$ までの増加は、渦の引き伸ばしによる個々の渦の長さの増加や、ケルビン・ヘルムホルツ不安定性的な現象に起因する渦の新規生成の効果によるものであると考えられる。事実、後に示すように、渦中心軸の時系列の観察することにより、単一の渦が伸張され、あるいは空間中に新たに渦が生成されることが確認される。

図5は、乱流中の渦が占める体積の、全空間 $(2\pi)^3$ に

対する比率の時間発展を示している。渦中心軸の総延長のグラフ (図6) では、圧縮性と非圧縮性乱流の違いが明確には見られないのに対し、渦の旋回領域が占める体積には、その違いが明確に現れている。渦が占める体積は、初期体積から急速に減少し、 $t \simeq 2.5$ において最小となり、その後緩やかに回復する。時刻 $t \simeq 2.5$ までの減少は、初期の非常に太い渦が時間発展と共に引き伸ばされて急速に細くなって行くことによるものであり、時刻 $t \simeq 2.5$ 以降の増加は、このような引き伸ばしによる体積減少効果よりも、新たに生成される渦による体積増加が勝っていることを示唆している。このような定性的な挙動は run-C、run-Iとも共通しているが、明らかに run-C の体積が run-I と比べて小さいことがわかる。運動エネルギー (図2) やエンストロフィー (図3) が、ただか数%程度の違いしかなかった事とは対照的に、この体積比は、run-C と run-I で最大 35%の違いがある。これは、乱流中の渦構造は圧縮性の影響を大きく受けていること、運動エネルギーやエンストロフィーはその影響を示す指標としては不十分である事を意味している。

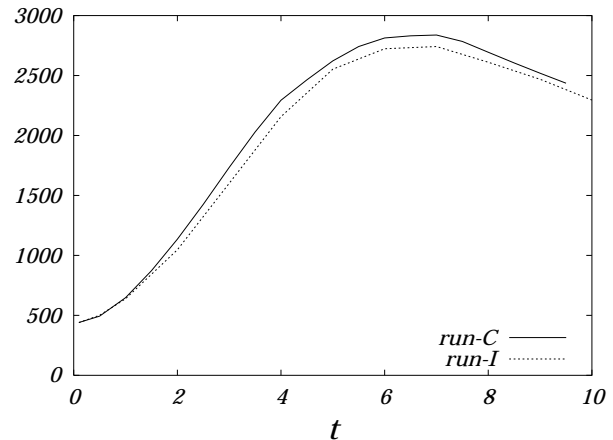


Fig. 5: Time evolution of the volume fraction occupied by swirling regions of vortices.

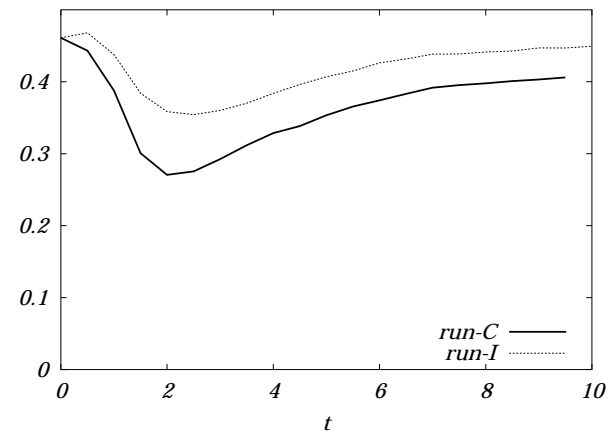


Fig. 6: Time evolution of the total length of central axes of vortices.

圧縮性の影響で渦の体積が大きく変化する一方で、渦中心軸の総延長が run-C と run-I の間で大差ないことが

ら、渦の断面積こそが、圧縮性の影響を大きく受けていると考えられる。図7には、時刻 $t = 2.5$ における渦の旋回領域の半径 R の確率密度関数 (PDF) を示す。この半径 R は、渦の旋回面上において渦旋回領域の重心を計算し、この重心から渦旋回領域の外周までの距離を平均したものである。横軸は run-C および run-I それぞれのコルモゴロフ長 l_K で正規化してある。DNS 全体を通じて、run-C 及び run-I のコルモゴロフ長はお互いにほとんど同じである。従って、 l_K で正規化しない PDF も図7とほぼ同じ描像となる。Run-C の PDF も run-I の PDF もそれぞれ半径 $5l_K$ 程度のところに PDF の最大分布があるが、前者が後者と比べて半径の小さい部分に大きな確率密度をもっていることは一目であきらかである。従って、渦中心軸の総延長がお互いにほぼ同じであっても、より渦芯半径の小さい圧縮性乱流 run-C の渦領域が小さくなるのは自然である。

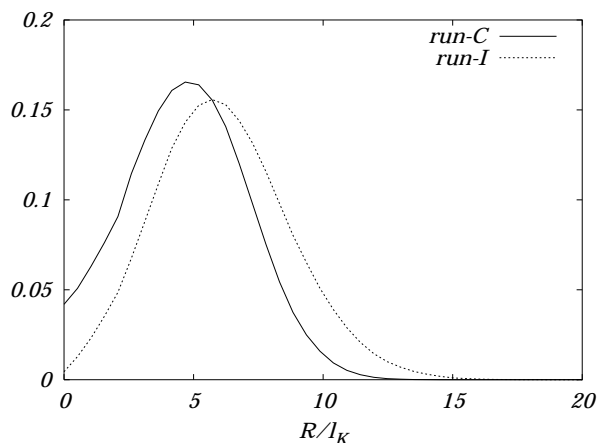


Fig. 7: The probability density function of vortex radii of run-C and run-I.

図7は、全空間中での渦芯半径の分布をみたものであるが、一本の渦軸上でも、半径は揺らいている。この、一本の渦軸上での半径の揺らぎの大きさを比較するため、渦軸一本毎に渦芯半径の平均 $\langle R \rangle$ とその揺らぎ $\sigma = \sqrt{\langle R^2 \rangle - \langle R \rangle^2}$ を求め、 $\sigma / \langle R \rangle$ の PDF を調べた (図8)。図8から、明らかに一本の渦軸上での渦芯半径の揺らぎは、圧縮性渦の方が大きい事がわかる。言い替えば、非圧縮性渦は綺麗な (太さの揃った) 管状渦が多いのに対し、圧縮性渦は太さが不均一である。

このような渦の統計的な性質の変化が、渦のダイナミクスとどのように結びついているかを調べるため、渦一本毎の運動を、run-C と run-I について比較した。図9は、初期条件において完全に同一の祖先をもつ圧縮性の渦と非圧縮性の渦の時間発展例である。赤い太線と青い太線はそれぞれ、圧縮性及び非圧縮性の渦の中心軸である。細い線は、非圧縮性の渦中心軸を示している。比較的早い段階 ($t = 0.6$) では、互いにほとんど重なっており、相互に区別はつかないが、時刻 $t = 1.2, 1.8$ と時間発展を遂げるに連れて、違いが明瞭になってくる。これら2本の太線は、図中右側から左側へと移動しているが、

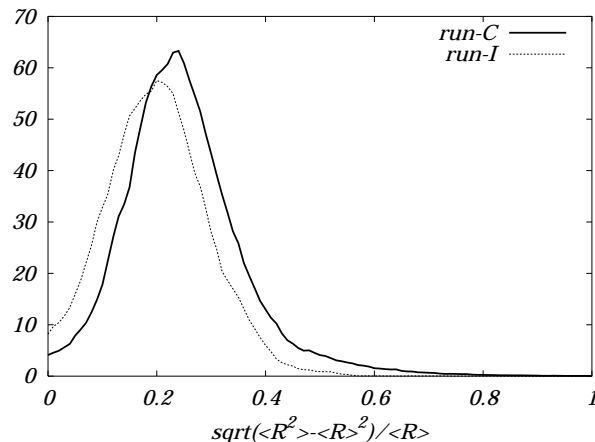


Fig. 8: The probability density function of the normalized deviations of vortex radii $\sigma / \langle R \rangle$ of run-C and run-I.

明らかに非圧縮性の青い太線が先に移動している。この時間発展の過程で、渦は引き伸ばされ、非常に長くなっている。また、背後に現われる細い渦中心軸の本数も非常に増加している。これは、渦軸の総延長の増加が、渦一本毎の引き伸ばしによるものと、渦の新規生成によるものの2つの効果の寄与によるものであるとした図6での議論と辻褃が合っている。我々が注目している圧縮性渦と非圧縮性渦の決定的な違いは、時刻 $t = 2.4$ 以降の短い時間に現われている。時刻 $t = 2.4$ において、圧縮性渦と非圧縮性渦の両者とも、中央部に捻じれが発生している。この捻じれは時刻 $t = 2.5$ において非常に顕著になるが、時刻 $t = 2.6$ において、圧縮性の渦は破断を生じて短くなってしまっている。このような渦の破断は、渦の構造を変化させる重要な役割を担っていると考えられる。

圧縮性と非圧縮性の渦の中心軸が、上で示したような時間変化を経て、どのような (お互いに異なった) 状態に至るかを調べるため、渦軸の総延長が最大となる時刻 $t = 7$ における渦の中心軸を図10(a)(run-C) 及び (b)(run-I) に示した。ここでは、全格子点数 256^3 の中から、格子点数 96^3 の領域を表示した。また、全体の見通しを良くするため、長さが格子点間隔の5倍に満たない短い中心軸は表示していない。図10(a) と (b) の比較から、run-C は渦軸の本数が多い事、比較的短い渦軸が支配的であるのに対し、run-I は渦軸の本数が相対的に少なく、比較的長い渦中心軸が多い事が見て取れる。図10(a) の中にも捻じれた渦軸が存在するため、図??で示した渦の破断が、圧縮性で常に発生するわけではないことを示している。しかし、渦の破断が、run-C の、run-I と比較した場合の渦の本数の多さ、中程度の長さの渦軸が多い事を説明する有力な候補となり得る事には変わりはない。

このような、圧縮性乱流の渦構造の変化の原因は直には明らかにはならないが、その有力な候補の一つは、渦の旋回運動の低減である。我々の渦の同定法は、渦の旋回運動によって生じる流体の慣性力 (遠心力) と釣り

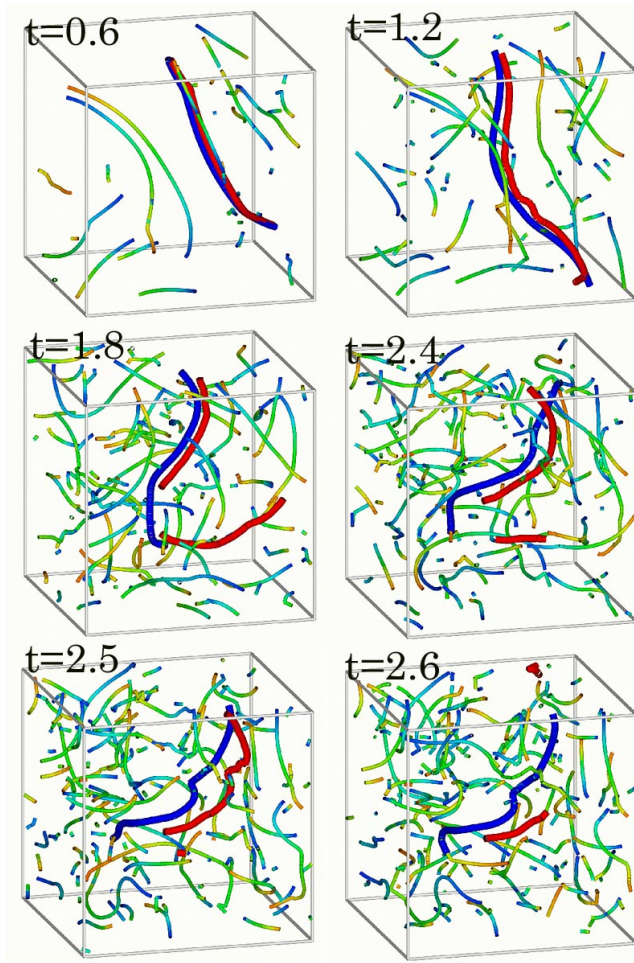


Fig. 9: Comparison of time evolution of two vortex axes which shares their roots in the initial vortex distribution. Thick red and thick blue lines represent vortex axes in run-C and run-I, respectively.

合いをとるように生じる、渦旋回面上での圧力の極小値を利用してはいる。渦の旋回運動の低下は、この圧力の極小レベルを浅くする。結果として、捻れ等が生じた場合に、圧力の渦旋回面上での極小が維持できなくなり、渦の破断を招くことになる。

この考察を検証するため、図 11 には、旋回渦の周りの循環の平均を示した。ここでは、渦の外周を循環のための閉曲線として利用している。この図より、run-C に比べて run-I の循環が非常に大きいことがわかる。時刻 $t = 2.5$ における run-C と run-I の循環を比較すると、run-I が run-C に比べて 55% 大きい。この図は、旋回運動の低下という見方を支持するものであり、渦軸の構造変化に大きな影響を及ぼしていると考えられる。

4 まとめ

衝撃波の形成されない、圧縮性の弱い等方性乱流中の管状渦構造の性質を、非圧縮性一様等方乱流との比較を通じて調べた。圧縮性と非圧縮性一様等方乱流の DNS

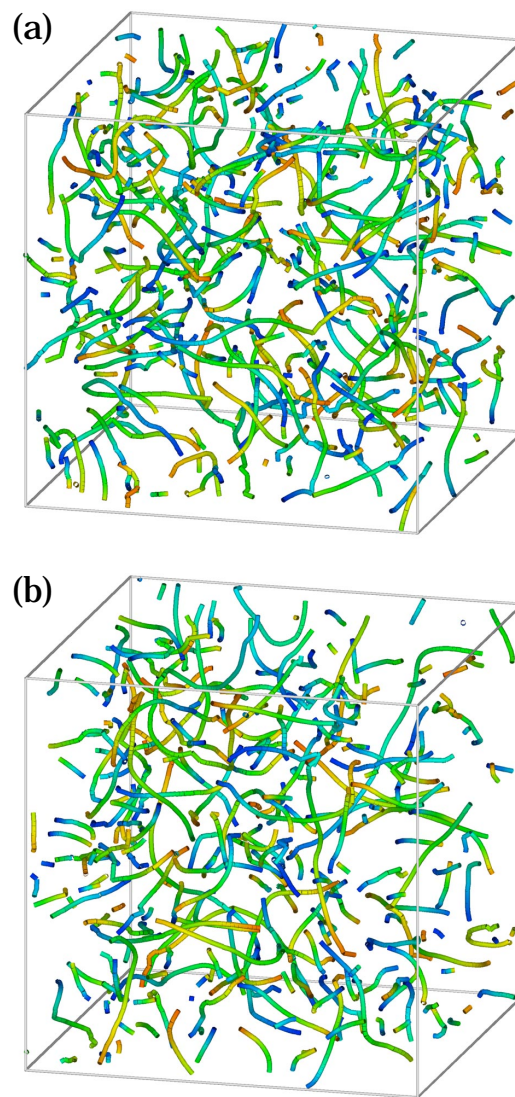


Fig. 10: Comparison of vortex of (a) run-C and (b) run-I.

データの比較を行ったところ、運動エネルギーやエンストロフィーといった代表的な積分量には殆んど差が見られないにも係わらず、渦構造には明確な差異が認められた。特に、渦が覆う空間が著しく減少している事、渦の旋回運動が低下し、結果として渦軸の構造自体にも変化が現われていることは注目する必要がある。このような渦構造の変化は、渦構造を通じた拡散・混合現象に大きく影響を及ぼすと考えられる。今後は、圧縮性乱流中の渦構造の性質をより詳細に調べるとともに、渦構造の圧縮性による変化が混合に与える影響を深く調べなければならない。

この研究の DNS は、核融合科学研究所理論・シミュレーション研究センターのスーパーコンピュータ SX-4/64M2 を用いて行った。この研究は、科学研究費補助金特定領域研究 (B) 「乱流要素渦による乱流理論・予測・制御の新展開」、同奨励研究 (A) 及び中部電力研究助成金のサポートを受けて行った。

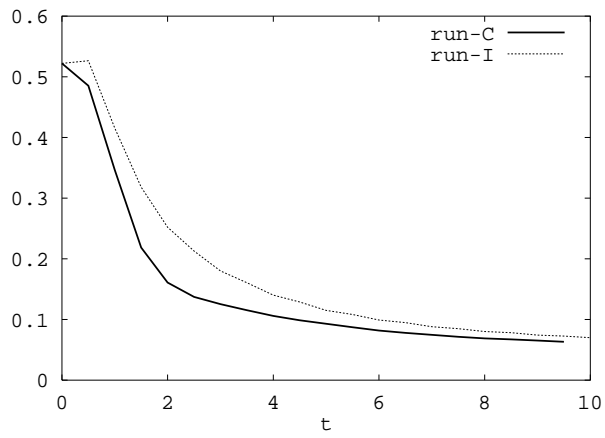


Fig. 11: Time evolution of total circulations around vortex cores.

References

- [1] S. Sarkar, “The stabilizing effect of compressibility in turbulent shear flow”, *J. Fluid Mech.* **282** (1995) 163.
- [2] H. Miura, and S. Kida, “Identification of Tubular Vortices in Turbulence”, *J. Phys. Soc. Japan*, **66** (1997) 1331.
- [3] S. Kida and H. Miura, “Swirl Condition on a Low-Pressure Vortices”, *J. Phys. Soc. Japan* **67** (1998) 2166.