

回転系 Non-penetrative 対流の直接数値計算 Direct Numerical Simulation of Non-penetrative Convection with Rotation

小山 省司, 東京大学生産技術研究所, 〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1, E-mail: koyama@iis.u-tokyo.ac.jp
Shoji KOYAMA, Institute of Industrial Science, University of Tokyo, 4-6-1 Komaba, Meguro-ku, Tokyo 153-8505, Japan

Turbulence in thermal convection is investigated for flow in which the production of turbulent energy is due solely to buoyancy, and the statistics of the flow are homogeneous in horizontal planes. Numerical results for non-penetrative convection with rotation in a horizontal layer heated from below and insulated from above are presented. In this study, we have examined the two phenomena. One is the mechanism of the turbulent energy reduction and the other is that of the turbulent helicity production in rotational case. The turbulent energy reduction is caused by contraction of horizontal length scale and enhanced dissipation rate. The helicity is produced mainly due to the temperature-vorticity correlation and the Coriolis term.

1. はじめに

二つの水平プレートに挟まれた流体に対し、外部から熱を与えて浮力により乱流運動が駆動される熱対流現象を3次元直接数値シミュレーション (Direct numerical simulation: DNS) で研究している。本研究では系の回転が乱流運動に与える影響について調べるため、回転系における Non-penetrative 対流を研究対象とした。Non-penetrative 対流 (NPC) とは下の境界から一定の熱フラックスを与え、上の境界で断熱する境界条件のもとで安定成層を伴わない熱対流現象の1つである。NPC に対する研究は、Adrian et al.⁽¹⁾と Prasad and Gonuguntla⁽²⁾の実験に代表されるが全体的に多くない。しかしながら NPC は、プルームによって引き起こされる流れが上昇流しかないためにその流れ場の解析が容易になるという長所を持ち合わせている。そこで本研究では、NPC の DNS を実行し、特に回転系における乱流エネルギーの減少過程と乱流ヘリシティの生成過程について考察を試みた。

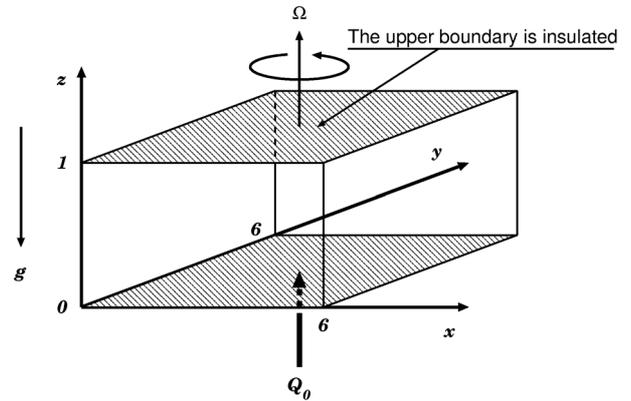


Fig. 1 Numerical domain for non-penetrative convection.

2. 問題の定式化

NPC を記述する基礎方程式系は連続の方程式、Navier-Stokes 方程式、そして熱輸送の方程式である。但し簡単のため Boussinesq 近似を施している。本研究では直交座標系を採用し x 、 y を水平軸、そして z を鉛直軸とすると速度成分 u_i 、圧力 p そして温度 θ の時間発展を支配する無次元方程式は

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \theta \delta_{i3} + \frac{1}{Ro} \epsilon_{ij3} u_j, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial \theta u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{\sqrt{Pr Ra}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_j} - 1, \quad (2.3)$$

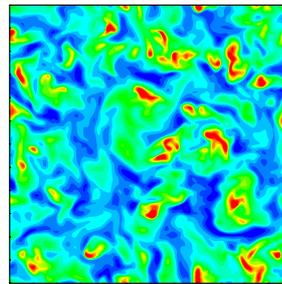
$$\text{where } Pr = \frac{\nu}{\kappa}, \quad Ra = \frac{\beta g \Delta T L^3}{\kappa \nu}, \quad Ro = \frac{U}{2\Omega L} \quad (2.4)$$

となる。ここで無次元パラメータ Pr 、 Ra そして Ro はそれぞれ Prandtl 数、Rayleigh 数そして Rossby 数である。またシンボル L 、 U 、 β 、 g 、 ΔT 、 κ 、 ν そして Ω はそれぞれ系の代表長さ、系の代表速度、体積膨張率、重力加速度、系の代表温度、熱拡散率、動粘性係数そして系の回転角速度である。そして上記(2.1)-(2.3)の方程式を無次元化しているスケール因子は

$$L = d, \quad U = (\beta g Q_0 d)^{1/3}, \quad \Delta T = Q_0 / U \quad (2.5)$$

で、それぞれ上下壁間隔、乱流鉛直速度スケールそしてフラ

(a) without rotation



(b) with rotation

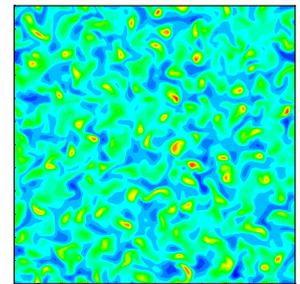


Fig. 2 Horizontal cross section of u'_z at $z=0.7$ from the simulation with and without rotation.

ックス温度スケールである。ここで Q_0 は、下壁から流入する動熱フラックスである。

また計算条件は小山⁽³⁾を参照して次のように設定している。：計算領域 (Fig.1) は $6 \times 6 \times 1$ とし数値解像度は $256 \times 256 \times 96$ 格子点である。そして初期条件には事前に計算した Rayleigh-Bénard 対流 (RBC) の定常場を用いている。また境界条件は水平方向に周期境界条件を課し、鉛直方向の上下壁では速度場に no-slip 条件を、そして温度場に対しては下壁で一定の熱フラックス Q_0 を与え上壁で断熱する条件をそれぞれ課している。パラメータの値は RBC のスケールリングで Prandtl 数 Pr は 1、Rayleigh 数 Ra は 2.53×10^6 、そし

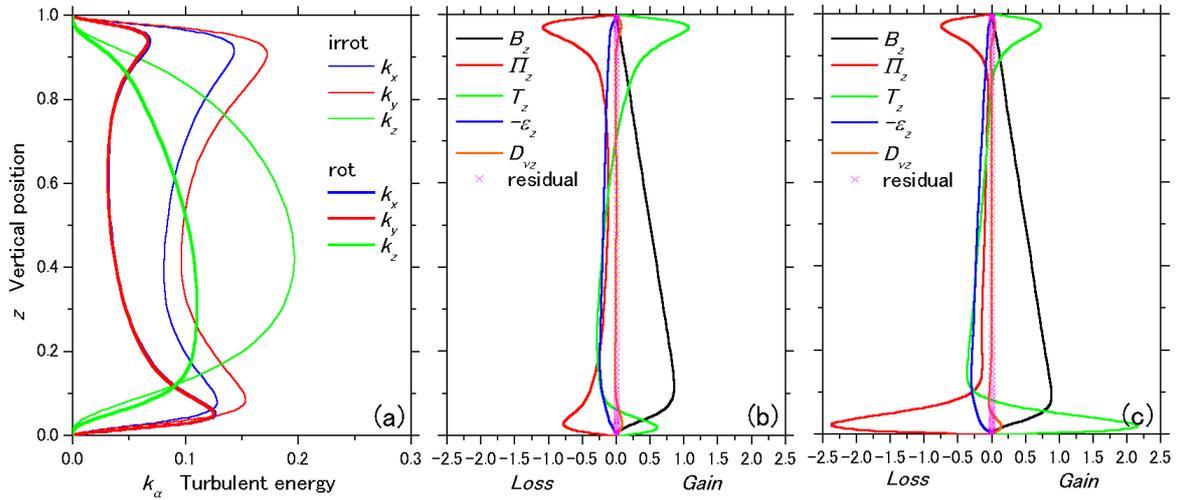


Fig. 3 Vertical profiles of (a) turbulent energy, (b) vertical energy budget without rotation, and (c) with rotation.

て Rossby 数 Ro は 1 と設定している。なお計算スキームは空間的には中心差分法を、時間的には Adams-Bashforth 法をそれぞれ 2 次精度で適用している。

3. 計算結果

定量的な解析を行うために、非定常時の計算結果を適当に平均化し評価しなければならない。このため本研究では、 xy 面平均かつ時間平均を行い、この平均化の表記を $\langle \cdot \rangle$ とした。従って任意の物理量 ϕ は

$$\phi(x, y, z, t) = \Phi(z) + \phi'(x, y, z, t), \quad \Phi \equiv \langle \phi \rangle \quad (3.1)$$

の様に分解される。ここで ϕ' は平均からのずれである。

3.1. 対流の水平構造

系の回転が対流運動にどう影響するのか現象的の評価をするために鉛直速度 u'_z の水平切断面 ($t=120, z=0.7$) における等高線図を求めた (Fig. 2)。(a)非回転系と比べて(b)回転系では、水平方向の対流構造が細かくなっていることが分かる。このことは RBC の線形解析の結果と一致する。

3.2. 乱流エネルギー

Fig.3(a)に非回転系と回転系における乱流エネルギー $k_\alpha \equiv \langle u_\alpha'^2 \rangle / 2$ の鉛直分布図を示す。これより非回転系と比べて回転系では、乱流エネルギーが減少することが分かる。ま

た水平エネルギー k_x と k_y 、そして鉛直エネルギー k_z のいずれも上層と下層ではその減少率が異なり、下層と比べて上層では減少分が大きい。このことは、上層と下層ではエネルギーの減少過程が異なることを示唆している。

上述した乱流エネルギーの生成過程を詳細に考察するため、その収支式を導き右辺各項を評価した。但し本研究では、浮力により直接エネルギー供給を受ける鉛直エネルギーに着目した。なぜなら水平エネルギーは鉛直エネルギーからエネルギーを再分配されるからである。

$$\frac{\partial k_z}{\partial t} = B_z - \sum_{\alpha=1}^3 \varepsilon_{z\alpha} + \Pi_z + T_z + D_{vz},$$

where

$$B_z = \langle \theta' u'_z \rangle, \quad \varepsilon_{z\alpha} = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left\langle \frac{\partial u'_z}{\partial x_\alpha} \frac{\partial u'_z}{\partial x_\alpha} \right\rangle, \quad (3.2)$$

$$\Pi_z = \left\langle p' \frac{\partial u'_z}{\partial z} \right\rangle, \quad T_z = -\frac{\partial}{\partial z} \left\langle \left(\frac{1}{2} u'^2 + p' \right) u'_z \right\rangle,$$

$$D_{vz} = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial^2 k_z}{\partial z^2}.$$

(3.2)式の右辺第 1 項から浮力生産項 (B_z)、散逸項 (ε_z)、再分配項 (Π_z)、拡散項 (T_z)、そして分子拡散項 (D_{vz}) である。Fig.3(b)(c)にこれら各項の鉛直分布図を示す。これより鉛直エネルギーの主要な生産項は浮力生産項であることが分かる。しかし、(b)非回転系と比べて(c)回転系で注目すべき変化をした項は拡散項と再分配項である。拡散項は浮力生産項によりエネルギーが満ちている内層からそれを上下壁方向に持ち去り壁近傍でゲインを示している。非回転系と比べて回転系では、下壁近傍における拡散項のゲインは大きく増加するが、上壁近傍におけるそれは減少することが分かる。このことは前述した対流の水平スケールが縮小したため、上昇ブルームが上壁に与える衝突が減退したためだと考えている。また水平エネルギーの生産項になる再分配項は、この拡散項の挙動を反映した分布となり、その大きさは下壁近傍で増加し上壁近傍で減少する。このため上層の水平エネルギーは減少する。一方下層の鉛直エネルギーは、壁近傍では拡散項の増加により若干増加するがそれ以外では減少する。そこで残りの項の中で特に重要な散逸項の詳細を調べた。Fig.4 は散逸項の鉛直分布図である。水平方向の微分である ε_{zx} と ε_{zy} は下層で大きく増加し上層で若干減少している。また鉛直微分である ε_{zz} は下壁近傍で増加しているがそれ以外

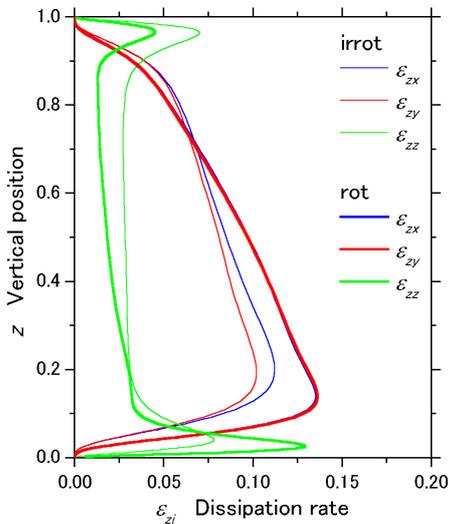


Fig. 4 Vertical profile of dissipation rate.

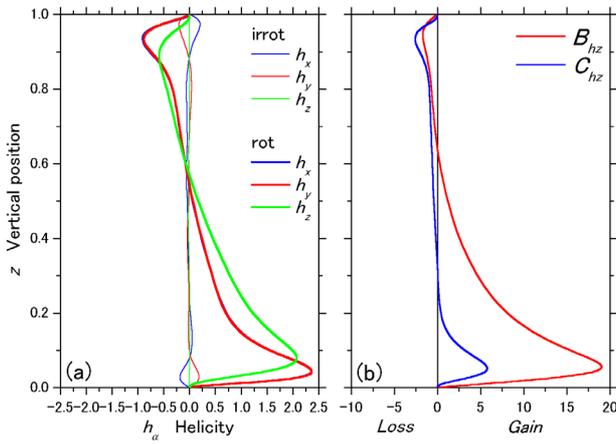


Fig. 5 Vertical profiles of (a) helicity, and (b) vertical helicity budget with rotation.

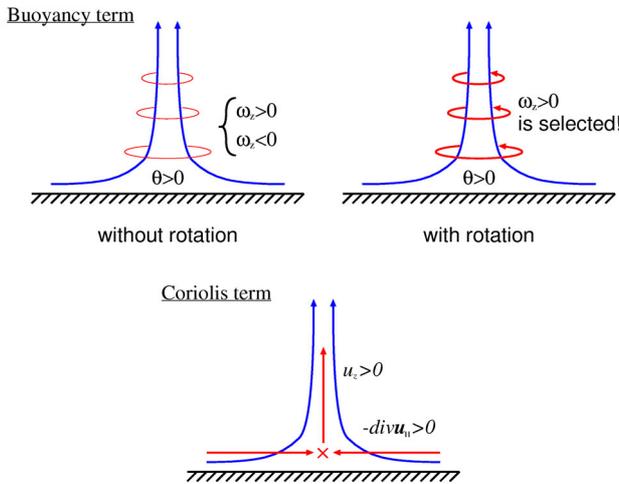


Fig. 6 Sketch of buoyancy and Coriolis term.

では減少している。よって全体の散逸率は下層で増加しているために鉛直エネルギーは減少しそれ自身をエネルギー源としている水平エネルギーも減少すると考えている。

3.3. ヘリシティ

Fig.5(a)に非回転系と回転系におけるヘリシティ $h_\alpha \equiv \langle u'_\alpha \omega'_\alpha \rangle$ の鉛直分布図を示す。非回転系では殆どヘリシティは生成されないが、回転系では RBC と異なり NPC のヘリシティは、中心面に対し上下非対称で、その大きさは乱流エネルギーの分布を反映して下層で大きく上層で小さいことが分かる。そこで鉛直ヘリシティ h_z の収支式を導き右辺各項を評価した。

$$\frac{\partial h_z}{\partial t} = B_{hz} + C_{hz} - \varepsilon_{hz} + \Pi_{hz} + T_{hz} + D_{v_{hz}}$$

where

$$B_{hz} = \langle \theta' \omega'_z \rangle, \quad C_{hz} = \frac{1}{Ro} \left\langle u'_z \frac{\partial u'_z}{\partial z} \right\rangle, \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_{hz} = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left\langle \frac{\partial u'_z}{\partial x_j} \frac{\partial \omega'_z}{\partial x_j} \right\rangle, \quad \Pi_{hz} = \left\langle p' \frac{\partial \omega'_z}{\partial z} \right\rangle,$$

$$T_{hz} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\langle u'_z \omega'_z u'_z \right\rangle + \left\langle p' - \frac{1}{2} u'^2_z \right\rangle \omega'_z, \quad D_{v_{hz}} = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \frac{\partial^2 h_z}{\partial z^2}.$$

(3.3)式の右辺第1項から浮力生産項 (B_{hz})、散逸項 (ε_{hz})、コリオリ項 (C_{hz})、再分配項 (Π_{hz})、拡散項 (T_{hz})、そして分子拡散項 ($D_{v_{hz}}$)である。本研究ではこれらの項のうち、

浮力生産項とコリオリ項に注目して Fig.5(b)にこれら二つの項の鉛直分布図を示す。これにより二つの項の絶対値を比較すると、下層では浮力生産項の方がコリオリ項より数倍大きい、上層では逆にコリオリ項の方が若干浮力生産項より大きくなることが分かる。回転系における浮力生産項は温度と渦度の相関項で、ブルームとそれに伴う流体の回転運動に関係している (Fig.6)。まず下層では、ブルーム生成における正の温度ゆらぎとその時生じる鉛直上向きを回転軸とする右回転のため生じる正の渦度によって正に相関することになる。一方上層では、ブルームが上昇するに従い温度ゆらぎが小さくなることと、上昇流が上壁の存在により押し縮められ、伴っていた渦度が反転して負の渦度を示すため負に相関すると考えている。しかし非回転系では、ブルームに伴う回転の向きに選択性がないために渦度の符号も定まらないので温度と渦度は相関しないことになる。その結果、温度渦度相関項はヘリシティの生産項として機能しないと考えている。それゆえ、ヘリシティを効率良く生成するためには系の回転が不可欠で、それを表しているのがコリオリ項である (Fig.6)。コリオリ項は鉛直速度と水平収束運動の相関で、それに系の回転周波数が結びついた生産項である。この相関は水平収束して上昇するという上昇ブルームの生成に強く関係していて、下壁近傍で正值を示して正值のヘリシティを生成する。この外的条件で決定する現象がヘリシティを生成維持する乱流場を与え、温度渦度相関項にも作用することで、それはヘリシティ生成に対し初めて効果を発揮するようになると考えている。そして下壁近傍より上層におけるコリオリ項はおよそ $z=0.3$ で負に転じるが、その乱流場に応じた振る舞いをする温度渦度相関項の正值の方が大きいため、ヘリシティの中性点はそれより上に位置する結果となる。そして最終的には上壁近傍で温度渦度相関項も負値を示しヘリシティの値も負になると理解している。また本研究では、鉛直ヘリシティの収支における生産項を考察したが、水平ヘリシティ ($h_x + h_y$) の生産項も浮力生産項とコリオリ項になるため上記の認識が当てはまると考えている。

4. まとめ

本研究では回転系 Non-penetrative 対流の DNS を行い乱流エネルギーの減少過程と乱流ヘリシティの生成過程について考察した。その結果は以下の通りである。

1. 非回転系と比べて回転系では乱流エネルギーが減少する。NPC の場合、鉛直方向によって減少率が異なり、上層で高く下層で低い。その減少理由は、上層ではブルームの水平スケールが縮小しそれが上壁に与える衝突が減退するため、下層では鉛直エネルギーの散逸率が増加するためである。
2. RBC と異なり NPC では、ヘリシティはその非対称な境界条件を反映して非対称な鉛直分布で上層では負、下層では正の値をそれぞれ示す。その分布は、その時の乱流場に応じた寄与をする温度渦度相関項と、与えられた系の回転により固有の符号を示すコリオリ項によって決定する。

また今後の課題として回転系における熱フラックスの増大機構や Ekman ポンピング等の考察を行う予定である。

参考文献

- (1) R. J. Adrian, R. T. D. S. Ferreria and T. Boberg, Exp. Fluids **4**, 121-141 (1986).
- (2) A. J. Prasad and P. J. Gonuguntla, Phys. Fluids **8**, 2460-2470 (1996).
- (3) 小山, 生産研究, 54-1, (2002), 掲載予定.