

壁乱流における運動量・熱輸送機構に対する流線曲率の効果

Streamline Curvature Effect on Momentum and Heat Transport Mechanisms in Wall Turbulence

長田光広, 東大院, 文京区本郷7-3-1, E-mail:nagata@thtlab.t.u-tokyo.ac.jp

笠木伸英, 東大工, 文京区本郷7-3-1, E-mail:kasagi@thtlab.t.u-tokyo.ac.jp

Mitsuhiro NAGATA, Dept. of Mechanical Eng., The Univ. of Tokyo, Hongo 7-3-1, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656, Japan

Nobuhide KASAGI, Dept. of Mechanical Eng., The Univ. of Tokyo, Hongo 7-3-1, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656, Japan

The effect of wall curvature on the structure of turbulence and heat transfer in turbulent curved channel flow is investigated by means of direct numerical simulation (DNS). Three different radii of curvature, $\delta/Rc=0.013, 0.05$ and 0.1 , are studied. The DNS results show: 1) the reduction of turbulence intensities on the convex side, and 2) the increase of radial turbulence intensity in the central region of channel with the increase of curvature. It is revealed that such turbulence structure is attributed in the extra production term of the Reynolds stress budgets due to the centrifugal force.

1. 緒言

曲率を有する壁面上の流れは、翼面上、配管内の流れなどにおいて現れる。特にターボ機械においては、翼列間の流れ、曲がりディフューザ流れに代表される。翼列における2次流れは損失を増大させ、同様に曲がりディフューザ出口における流れの不均一性は燃焼器の効率上望ましくない。同時に、インペラの耐熱性、冷却特性を評価する際に曲がり壁面上における熱伝達特性を知ることは不可欠となる。このように、不安定性、縦渦の卓越などの流線に曲率をもつ流れの特性の詳細解析はターボ機械の設計、性能向上の為に大変重要である。

曲がりチャネル乱流に関する実験研究は過去に Eskinazi & Yeh¹⁾、Wattendorf²⁾らによって行われてきた。しかし、それらの研究は主に1次統計量分布の考察に限られており、また、それぞれ壁面曲率半径のひとつの条件下において実験を行っているため、曲率半径の変化に対する乱流場の体系的な理解が不十分である。一方、実験と同様に乱流構造の理解に対し有力なツールであるDNSにおいては、過去に Moser & Moin³⁾により”弱い”曲率における計算が行われているのみである。

本研究では、曲がりチャネル乱流のDNSを行い、凹面、凸面それぞれにおける乱流の生成、散逸機構を明らかにし、同時に曲率の違いに対する乱流場、及び温度場の変化について体系的な知見を得ることを目的とする。

2. 計算方法

反変速度を基本変数とした一般座標表現でNavier-Stokes方程式を表す。格子系はスタガード格子である。連続の式、運動量式のカップリングにはフラクショナル・ステップ法⁴⁾を用いた。空間離散化は2次精度中心差分であり、時間離散化は全項Crank-Nicolsonスキームを用いた陰解法⁵⁾である。温度場の計算にも同様のスキームを用いている。

図1に計算領域を示す。 δ はチャネル半幅、 Rc をチャネル中心の曲率半径とする。計算は、表1の3条件の曲率半径に対して行った。

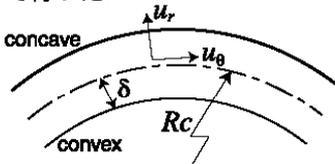


Fig. 1 Computational domain

	δ/Rc	Re_τ
case 1	0.013	150
case 2	0.05	150
case 3	0.1	150

Table 1 Computational cases

計算領域は、チャネル中央における主流方向、壁面垂直方向、及びスパン方向にそれぞれ $2.5 \times 2 \times$, 格子数は $64 \times 128 \times 64$ とした。

3. 瞬時渦度分布

図2に、3つの曲率に対する $r-\theta$ 断面内の瞬時渦度分布を示す。

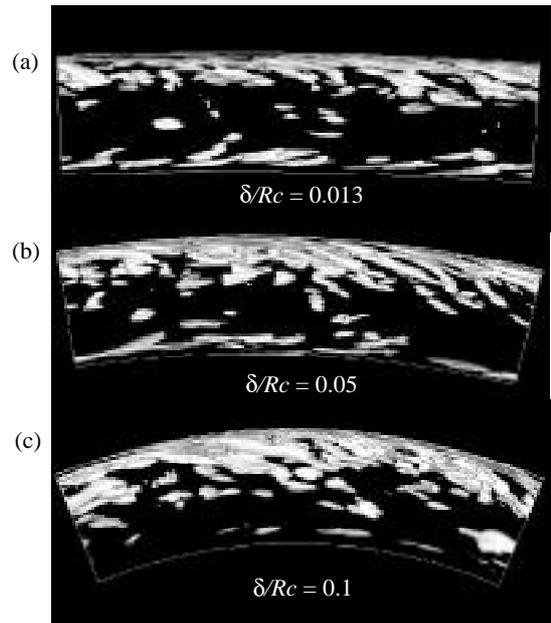


Fig. 2 Instantaneous vorticity contours ($\omega_x / u = +30$)

(a)の曲率の弱い場合においても凹面側の不安定性に起因する主流方向渦の卓越及び安定側である凸面近傍での渦の抑制がみられる。その様子は、(b)のより曲率の強い場合で顕著になる。(c)の最も曲率の強い場合には凹面側において発達した大規模渦がチャネル中央付近まで及んでいる様子が観察される。それに対し凸面側ではこの渦度のレベルでは構造が殆ど検知されなくなる。

4. 摩擦係数、ヌッセルト数分布

図3に、それぞれの曲率に対する摩擦係数及びヌッセルト数の分布を示す。 C_f 及び Nu は次式で定義される。 $\langle \rangle$ は各壁面から最大速度点まで、 $[\]$ は最大温度点までの平均を意味する。

$$C_f = 2\tau_w / (\rho \langle u_w \rangle^2) \quad (1)$$

$$Nu = 2hd / \lambda, \quad h = q_w / (T_w - [T]) \quad (2a, b)$$

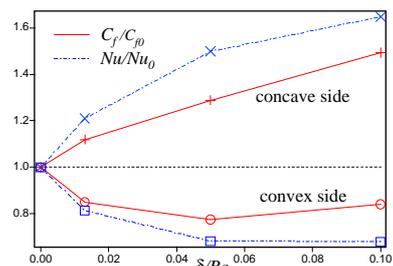


Fig. 3 C_f and Nu distributions

凸面側における安定性及び凹面側における不安定性に起因し、凸面側では曲率の増大に伴い C_f の値は減少、また凹面側では増大する。Nuも同様の傾向を示しているが、曲率に対する変化率は C_f の場合と比較して大きい。

5. 乱流強度の曲率変化

図4に、主流、半径方向の乱流強度の曲率変化を示す。

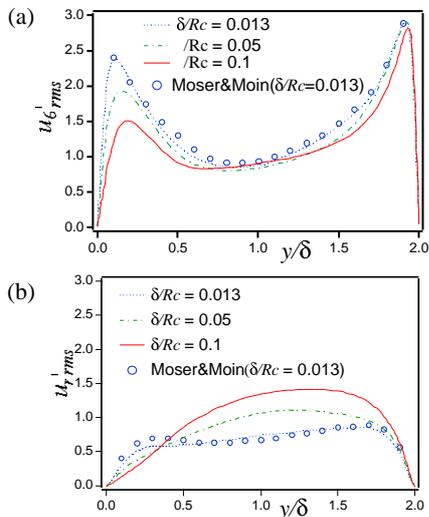


Fig. 4 Turbulence intensities ((a):streamwise, (b):radial)

曲率増大に伴う安定化作用により、凸面側における乱流強度の減少が顕著である。それとは対照的に、凹面近傍における主流方向乱流強度の変化は比較的少ない。また、半径方向乱流強度が曲率の増大に伴いチャンネル中央近傍で卓越することが大きな特徴であり、特に曲率が0.05を越えると乱流強度の半径成分は主流成分を上回る。

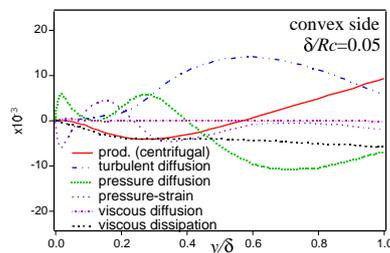
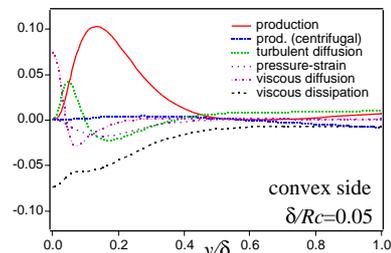
6. フラックス・リチャードソン数

リチャードソン数は、成層流に働く浮力の効果を表す為に定義される無次元数であるが、Bradshaw⁽⁶⁾により同じく体積力の働く曲率流れに対し拡張された。フラックス・リチャードソン数 R_f は主流方向乱れのせん断生成に対する半径方向乱れの生成の比にマイナスを乗じたものであり、次式で表される。

$$R_f = \frac{2\overline{v_0} / r}{r (\overline{v_0} / r) / r} \quad (3)$$

主流方向及び半径方向の生成項は次式で表される。

$$R_\theta = -2 \frac{\overline{v_0}'}{v_r'} r \frac{(\overline{v_0} / r)'}{r} + 2 \overline{v_0}'' \frac{v_r''}{r} \quad (4)$$



Figs. 6&7 Reynolds stress budgets (convex side, left:streamwise, right:radial)

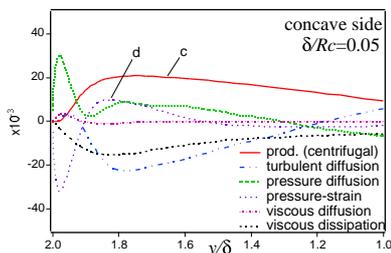
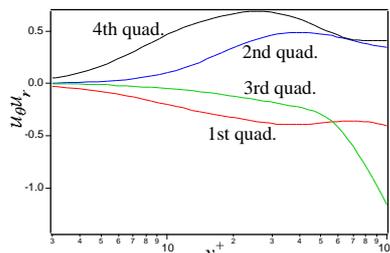


Fig. 9 Reynolds stress budgets (radial)



Figs. 10&11 Quadrant analysis of Reynolds shear stress (left:convex, right:concave)

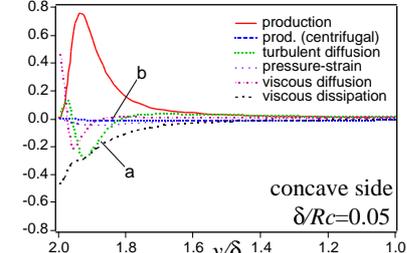
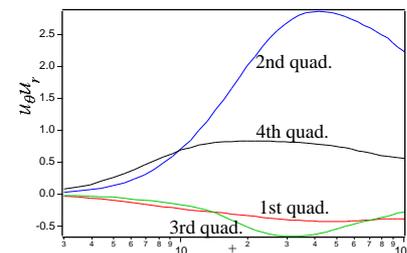


Fig. 8 Reynolds stress budgets (streamwise)



$$P_r = 4\overline{v_0}' v_r' \frac{\overline{v_0}}{r} \quad (5)$$

ここで、 P_θ の第2項と P_r は大きさが等しく符号が反対である。つまり、遠心力を介した主流方向と半径方向間の乱れエネルギーの再分配を表している。従って、 R_f はせん断生成に対する再分配の割合を示す指標でもある。図5に R_f の分布を示す。

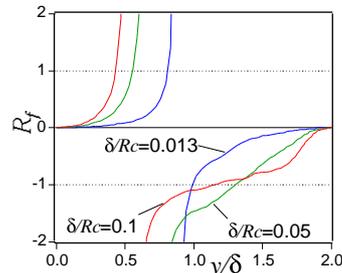


Fig. 5 Flux Richardson number distributions

R_f の値は、凸面側では $R_f > 0$ 、つまり、半径方向から主流方向への乱流応力の分配が起こっているが、その値はせん断生成に対し小さい。一方、凹面側では $R_f < 0$ であり、主流方向から半径方向への乱流応力分配が生じている。特に曲率の大きい場合には、チャンネル中央近傍において $R_f < -1$ である為、せん断生成よりも大きなエネルギーが主流成分から半径成分に流れる。このことが、図4にみられるチャンネル中央近傍での主流方向乱れの抑制及び半径方向乱れの卓越の直接の原因であると考えられる。

7. 乱流応力の収支

図6, 7に、凸面側における乱流応力の収支を示す。

凸面側では、前述の通り主流方向乱流応力は遠心力により正の生成を受ける。一方、半径方向乱流応力に関しては、凹面側からの乱流拡散が主な利得成分である。

次に、凹面側における乱流応力の収支を図8, 9に示す。主流方向収支に関しては、遠心不安定に起因する乱流拡散の卓越がみられる(図中a)。また、前節で述べたように遠心力による負の生成(図中b)が再分配機構を通じ半径方向乱流応力に対し正の生成として働く(図中c)。またその寄与は圧力歪相関による再分配(図中d)を上回っていることがわかる。このことが半径方向乱流強度の卓越の主要な要因である。

8. 四象限解析

図10, 11に、凸、凹面におけるレイノルズせん断応力 $-u_\theta u_r$ の四象限解析の結果を示す。

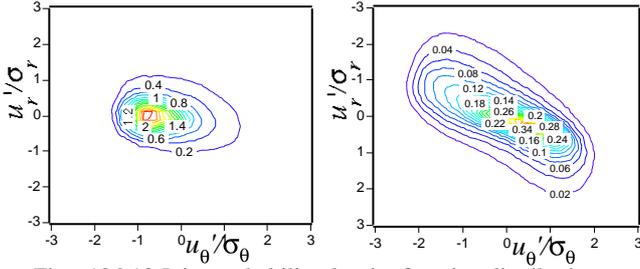
凸面側においては、ほぼ全領域で第4象限成分がレイノルズせん断応力に対し大きな貢献をする。第4象限は高速流体が壁面に向かう運動であり、安定である凸面側では主に高速流体が入り込むことで乱流運動が維持されることを意味する。

一方、凹面側では $y^+ \sim 10$ を境に第4象限成分の卓越する領域と第2象限成分の卓越する領域に分かれる。これは平板チャネルにおける四象限解析の傾向と同様である。また、 y^+ の増大に伴い第2象限成分の貢献が増し、 $y^+ = 40$ 付近では第2象限成分の寄与は第4象限成分の約3倍に達する。これは、チャネル断面において低速流体を凹面側からおし出す役割をするロールセルの運動が卓越することに対応している。

また、凸面側においては第2, 4象限と第1, 3象限の寄与が同程度であるのに対し、凹面側では第1, 3象限よりも第2, 4象限がレイノルズせん断応力に対し遙かに大きな貢献をする。この機構については、次節で説明する。

9. 結合確率密度関数及びレイノルズせん断応力貢献度

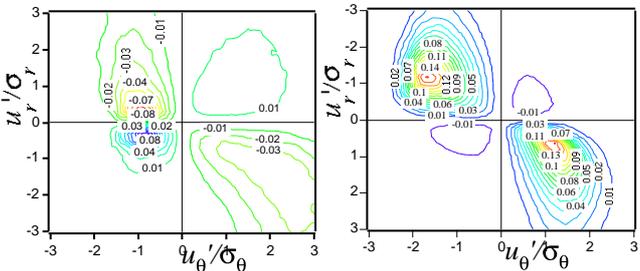
図12, 13に、 $y^+ = 13$ における u_θ, u_r の結合確率密度関数 $f(u_\theta, u_r)$ を示す。



Figs. 12&13 Joint probability density function distribution at $y^+ = 13$
(left : convex, right : concave)

u_θ 及び u_r はそれぞれの標準偏差 σ で正規化している。

凸面側では楕円状の分布となっており、きまった相関はみられないのに対し、凹面側では強い負の相関がはっきりと現れ、第2, 4象限の運動の生起頻度の高さを示している。次に図14, 15にレイノルズせん断応力に対する貢献度 $u_\theta u_r f(u_\theta, u_r)$ を示す。



Figs. 14&15 Contribution to the Reynolds shear stress at $y^+ = 13$
(left : convex, right : concave)

貢献度に対しては、 $\overline{u_\theta u_r} = \int u_\theta u_r f(u_\theta, u_r) du_\theta du_r$ が成立する。凸面側においては全象限がレイノルズせん断応力に対し貢献し、特に第2, 3及び第1, 4象限間での分布の対応が良くになっている。それに対し、凹面側では第2, 4象限の分布が非常に卓越しており、第1, 3象限の寄与は殆どみられない。

以上の機構は、Von Karman⁽⁷⁾ による曲面上の流体の安定性の考察に従って説明できる。

10. 時空間LSE

LSE(Linear Stochastic Estimation) は、Adrian⁽⁸⁾ によって考案された手法であり、流れ場のある点で与えた条件に対する物理量の分布を、空間的に統計推定する。本研究では、流れ場の代表構造の時間的な変化を考察することを目的として、この手法を時空間推定に拡張する。条件速度を $u_c(x', t)$ 、推定速度を $\hat{u}_i(x', \tau; x, t)$ として、推定速度を条件速度の1次式で表す：

$$\hat{u}_i(x', \tau; x, t) = A_{ij} u_{cj}(x, t) \quad (6)$$

推定係数 A_{ij} は推定速度と瞬時分布間の誤差の最小二乗条件より求まる。今回速度条件を与える点として、凸面、凹面それぞれで乱れ強度の最大となる点にほぼ対応する $y^+ = 15$ を選び、速度条件にはレイノルズ応力の第2象限に対する最大貢献の速度を与えた。図16に凸面側の $y^+ = 15$ の面において推定され

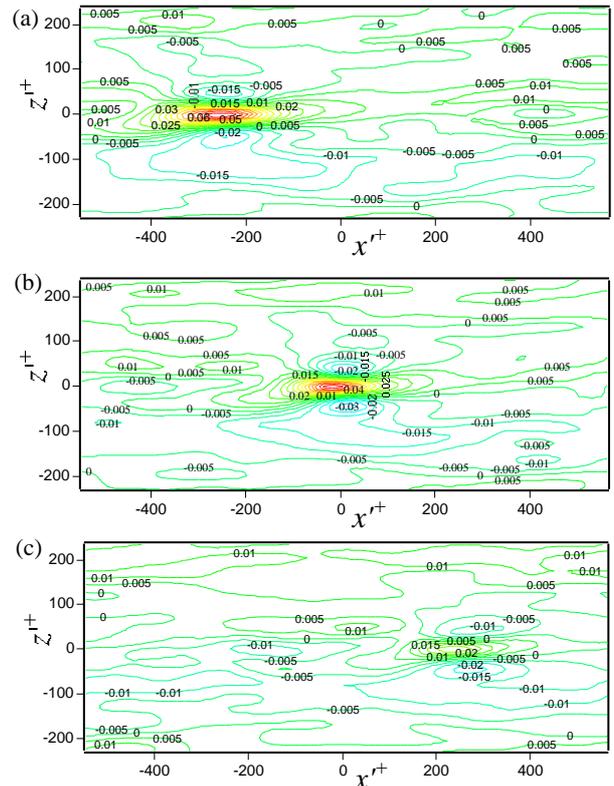


Fig. 16 Stochastic estimated radial velocity distributions (convex side, (a): $z^+ = -24$ (b): $z^+ = 0$ (c): $z^+ = 24$)

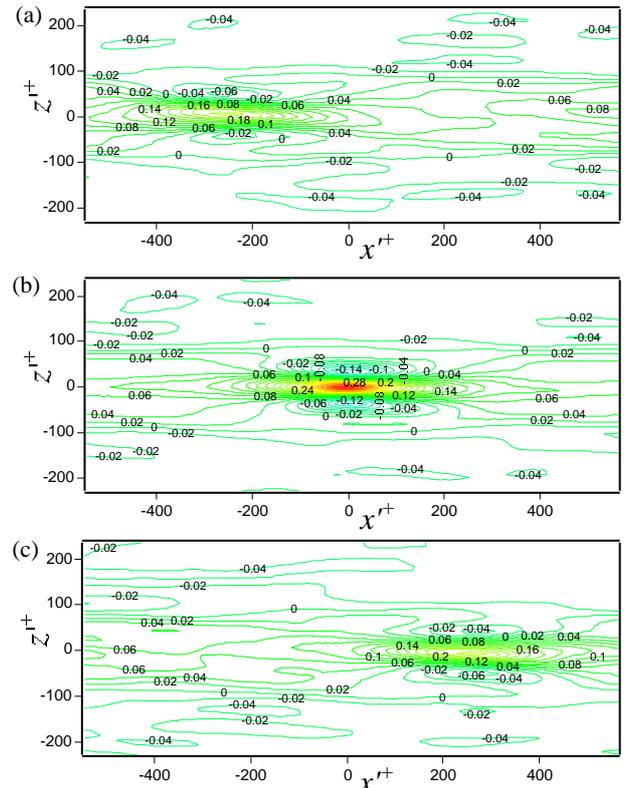


Fig. 17 Stochastic estimated radial velocity distributions (concave side, (a): $z^+ = -24$ (b): $z^+ = 0$ (c): $z^+ = 24$)

た半径方向流速 \hat{u}_r の分布を示す。

図中 $x'^+ = 0$, $z'^+ = 0$ が速度条件点であり、時間 $\tau^+ = 0$ が速度条件を与えた時間に対応する。第2象限は低速流体が壁面より離れるイジェクション運動であるから、半径方向流速 \hat{u}_r は正の値が推定される。 $\tau^+ = -24$ では、速度条件点より上流側の $x'^+ = -250$ 近辺において第2象限運動が観察される。その構造が下流に向かい対流し、 $\tau^+ = 0$ において与えた速度条件に対する推定速度

場となる。 \hat{u} の正の領域は主流方向に伸びており、そのスパン方向両側には \hat{u} の負の領域を伴う。つまり、主流方向渦対の存在を意味している。さらに時間が進んだ $\tau^+=24$ では、下流側に流された第2象限の構造がみえるが、その値は $\tau^+ = -24$ の時と比較し小さい。

次に、凹面側の $y^+=15$ の面において推定された半径方向流速 \hat{u}_r の分布を図17に示す。

時間 $\tau^+=0$ において推定される構造は凸面側に比べ主流方向に長く伸びたものとなっている。また、凸面側と同様に、第2象限の構造が時間の経過と共に下流側に対流していく様子がみられるが、その構造の発達、減衰は凸面側よりも早い。以上のように推定された速度によるレイノルズ応力への寄与の最大値 $-(\hat{u}_\theta \hat{u}_r)_{\max}$ を条件速度 $-u_{c\theta} u_{cr}$ で割り正規化した値の時間変化を図18に示す。

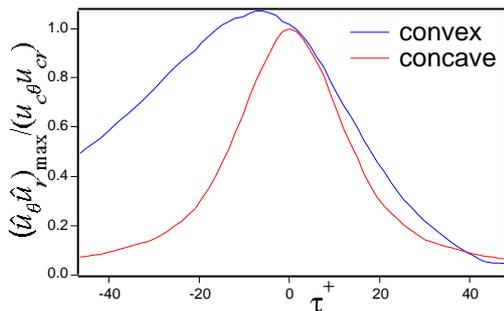


Fig. 18 Time dependency of the estimated maximum Reynolds shear stress

凹面側では、時間 $\tau^+=0$ を境に対称な分布となっており、発達、減衰両過程においてほぼ同様の時間変化を示している。それに対し、凸面側では $\tau^+ < 0$ ではゆるやかな発達過程を示し、その後 $\tau^+=0$ より少し前でピークを迎えた後、急激に減衰するという特徴的な変化を示す。

図19に、凸面側の $y-z$ 断面における時間 $\tau^+=0$ での推定速度 \hat{u} 、 \hat{u}_r のベクトル線図及びレイノルズ応力への寄与 $-\hat{u}_\theta \hat{u}_r$ の面コンタを示す。

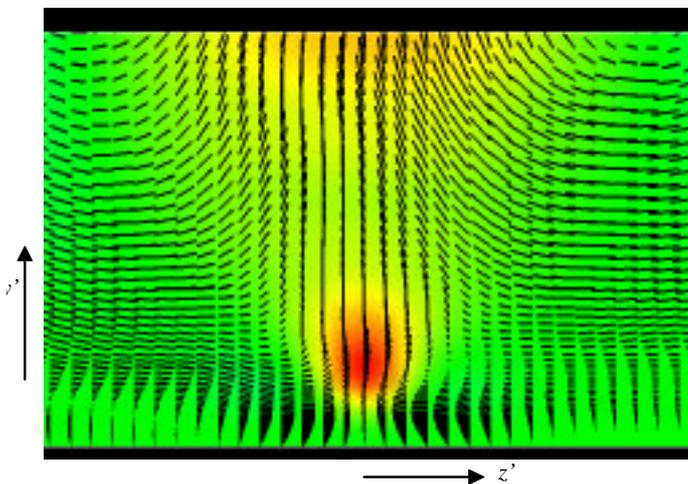


Fig. 19 Estimated velocity vector and Reynolds stress contour (convex side, $x'=0$, $\tau^+=0$)

図の上面はチャンネル中央に対応する。面コンタ分布より、第2象限の条件速度の点では、強いレイノルズ応力の生じていることがわかる。同じ点において第2象限運動を表す上方流の速度ベクトルがみられるが、同時に $z'=0$ の線に沿いチャンネル中央に向かう強い上昇流を作り出している一対の大きなロールセル状の渦も観察される。この結果は、安定である凸面側において遠心力に抗して第2象限運動の発生するためには強い渦運動が必要であることを示しているものと思われる。

次に、図20に凹面側の推定速度 \hat{u} 、 \hat{u}_r のベクトル線図及びレイノルズ応力への寄与 $-\hat{u}_\theta \hat{u}_r$ の面コンタを示す。

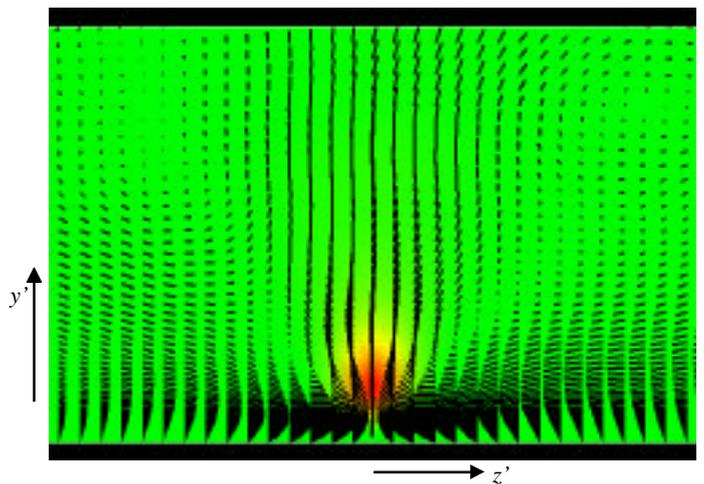


Fig. 20 Estimated velocity vector and Reynolds stress contour (concave side, $x'=0$, $\tau^+=0$)

壁面近傍ではスパン方向両側から速度条件点に向かい強い流れが生じており、それが速度条件点において壁面垂直方向の流れに転化している様子がみられる。また凸面側とは異なり、チャンネル中央近傍での強い渦運動はみられない。不安定な凹面側では流体が低速になれば遠心力により第2象限運動が発達するため、第2象限運動の生起には強い渦運動を必要としないということを示しているものと思われる。

11. 結論

1. 曲率の増大に伴い、凸面側では安定性の効果により乱流強度が減少する。またチャンネル中央では半径方向乱流強度が卓越するが、これは R_f 及び乱流応力収支から主に遠心力による半径方向乱流応力の生成に起因していると考えられる。

2. 四象限解析、 $u_\theta u_r$ の結合確率密度関数より、凸面側では全象限の寄与が同程度であるのに対し、凹面側では第2、4象限の貢献の卓越することがわかった。この効果は、Von Karmanの安定性の考察を用いて説明できる。

3. 時空間LSEより、凸、凹面間の第2象限構造の時間的発達、減衰過程の違いを得た。また、凸面では第2象限の発生に大きな渦運動を伴うが、凹面ではそのような運動を必要としない。

謝辞

本研究は科学技術振興事業団との間で戦略的基礎研究推進事業の一環として契約された「資源循環・エネルギーミニマム型システム技術」研究領域内の超小型ガスタービン・高度分散エネルギーシステム研究の成果である。

参考文献

- (1)Eskinazy, S. and Yeh, H., "An investigation on fully developed turbulent flows in a curved channel," J. Aero. Sci. **23**(1956), pp. 23
- (2)Wattendorf, F., "A study of the effect of curvature on fully developed turbulent flow," Proc. R. Soc. Lond. **148**(1935), pp. 565
- (3)Moser, R. and Moin, P., "The effects of curvature in wall-bounded turbulent flows," J. Fluid Mech. **175**(1987), pp. 479
- (4)Kim, J. and Moin, P., "Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations," J. Comput. Phys. **59**(1985), pp. 308
- (5)Choi, H., Moin, P. and Kim, J., "Turbulent flow over riblets," J. Fluid Mech. **255**(1993), pp. 503
- (6)Bradshaw, P., "The analogy between streamline curvature and buoyancy in turbulent shear flow," J. Fluid Mech. **36**(1969), pp. 177
- (7)Von Karman, T., "Some aspects of the turbulence problem," Proc. 4th Int. Congr. Appl. Mech. (1934) pp. 54
- (8)Adrian, R. J., "On the Role of Conditional Averages in Turbulence Theory," Turbulence in Liquids, Sci. Press (1975) pp. 323