３次非線形 K-ε モデルによる乱流衝突噴流の数値予測

Numerical Prediction of Turbulent Impinging Jet Using a Third-Order Nonlinear K-ε Model

○ 岡本正芳, 静岡大学工学部, 静岡県浜松市城北 3-5-1, E-mail：tmmokam@ipc.shizuoka.ac.jp
島信行, 静岡大学工学部, 静岡県浜松市城北 3-5-1, E-mail：tmnshim@ipc.shizuoka.ac.jp
Masayoshi OKAMOTO, Dept. of Mech. Eng., Shizuoka Univ., Hamamatsu, Shizuoka, 432-8561
Nobuyuki SHIMA, Dept. of Mech. Eng., Shizuoka Univ., Hamamatsu, Shizuoka, 432-8561

A third-order nonlinear K-ε model proposed by the authors is applied to two turbulent impinging jets, i.e. plane and round impinging jets. The present prediction of the normal stress satisfies the realizability near a impinging wall unlike that of a linear Launder-Sharma K-ε model. When the ε-equation is modified by a vorticity-convection term, the present model reproduces the mean velocity profiles and overpredicts the turbulence energy near the impinging wall.

1. 緒言

乱流衝突噴流はさまざまな工学機器において現れる流れであり、衝突により引き起こされるよどみ点付近での乱れの増加や流線の変形など複雑な物理現象を含んでいる。そのため乱流モデルにとって非常に重要な予測対象となっており、多くの研究者により検討が行われてきた。特に Craft-Graham-Launder[1] は円形衝突噴流に対するモデルの予測検証研究を実行し、線形渦粘性モデルがよどみ点付近で乱流エネルギーを過大に予測する等の問題点を明らかにしてきた。本研究では著者らが提案している低レイノルズ数型モデルである３次非線形 K-ε モデル [2] をこの流れに適用して、その予測性能を検証する。予測対象は Suenaga-Yoshida-Echigo[3] により行われた２次元平面衝突噴流の実験と西野・佐間田・糟谷・鳥居 [4] による円形衝突噴流の実験とした。この２つの実験は衝突壁以外にスリットやノズルの脇にも壁面が存在する閉空間タイプの衝突噴流である。

2. 乱流モデル

著者である Okamoto-Shima[2] により提案されている３次非線形 K-ε モデルのレイノルズ応力に対する非線形渦粘性表現は以下のようになる。

$$\begin{aligned} R_{ij} = & -\frac{2}{3}K\delta_{ij} + C_1^f\frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}}f_{SW}f_{LR1}S_{ij} \\ & + C_1^s\frac{K^3}{\tilde{\varepsilon}^2}f_{SW}^2 f_{LR2}\left(S_{ia}S_{aj}\right)^* \\ & + C_2^s\frac{K^3}{\tilde{\varepsilon}^2}f_{SW}^2 f_{LR2}\left(S_{ia}W_{aj}+S_{ja}W_{ai}\right) \\ & + C_1^t\frac{K^4}{\tilde{\varepsilon}^3}f_{SW}^3 f_{LR3}\left(S_{ia}S_{ab}S_{bj}\right)^* \\ & + C_2^t\frac{K^4}{\tilde{\varepsilon}^3}f_{SW}^3 f_{LR3}\left(S_{ia}S_{ab}W_{bj}+S_{ja}S_{ab}W_{bi}\right) \\ & + C_3^t\frac{K^4}{\tilde{\varepsilon}^3}f_{SW}^3 f_{LR3}\left(S_{ia}W_{ab}W_{bj}+S_{ja}W_{ab}W_{bi}\right)^* \\ & + C_4^t\frac{K^4}{\tilde{\varepsilon}^3}f_{SW}^3 f_{LR3}\left(W_{ia}S_{ab}W_{bj}\right)^* \end{aligned} \qquad (1)$$

ここで S_{ij} は歪テンソル、W_{ij} は渦度テンソル、$\tilde{\varepsilon}$ は等方散逸率である。モデル関数はそれぞれ

$$\begin{aligned} f_{SW}^{-1} &= 1 + C_{SS}S_{ab}S_{ab}\frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}^2}f_{LR1} \\ & \quad + C_{WW}W_{ab}W_{ab}\frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}^2}f_{LR1} \end{aligned} \qquad (2)$$

$$\begin{aligned} f_{LR1} &= 1 - 0.97\exp(-R_T/160) \\ & \quad -0.0045R_T\exp(-R_T^3/200^3) \end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned} f_{LR2} &= 1 - 0.90\exp(-R_T/160) \\ & \quad -0.0045R_T\exp(-R_T^3/200^3) \end{aligned} \qquad (4)$$

$$f_{LR3} = f_{LR2}^3 \qquad (5)$$

であり、モデル定数は $C_1^f = 0.14$, $C_1^s = -0.009$, $C_2^s = 0.014$, $C_1^t = 0.0021$, $C_2^t = -0.0035$, $C_3^t = 0.0019$, $C_4^t = -0.0033$, $C_{SS} = 0.00825$, $C_{WW} = 0.00175$ である。

乱流エネルギーと等方散逸率の輸送方程式は以下のように表現される。

$$\begin{aligned} \frac{DK}{Dt} &= P_K - \tilde{\varepsilon} - 2\nu\frac{\partial\sqrt{K}}{\partial x_j}\frac{\partial\sqrt{K}}{\partial x_j} \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\nu + C_{DK}\frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}}f_{LR1}\right)\frac{\partial K}{\partial x_j}\right\} \end{aligned} \qquad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\tilde{\varepsilon}}{Dt} &= P_{\varepsilon1} + P_{\varepsilon2} - C_{\varepsilon2}\frac{\tilde{\varepsilon}^2}{K}f_{\varepsilon LR} \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\nu + C_{DE}\frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}}f_{LR1}\right)\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j}\right\} \end{aligned} \qquad (7)$$

散逸率方程式中の $P_{\varepsilon1}$、$P_{\varepsilon2}$ は次式で表される。

$$P_{\varepsilon1} = C_{\varepsilon1}\frac{\tilde{\varepsilon}}{K}P_K f_{\varepsilon p} \qquad (8)$$

$$P_{\varepsilon2} = C_{\varepsilon3}C_1^f\frac{K^2}{\tilde{\varepsilon}}f_{SW}f_{LR1}\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j\partial x_m}\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j\partial x_m} \qquad (9)$$

モデル関数およびモデル定数は

$$f_{\varepsilon p} = 1 - \min\left(0.15\frac{K^3}{\tilde{\varepsilon}^2} f_{LR3} S_{ab} W_{ac} W_{bc}, 0\right) \tag{10}$$

$$f_{\varepsilon LR} = 1 - 0.3\exp(-R_T^2/5.0) \tag{11}$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.40,\ C_{\varepsilon 2} = 1.95,\ C_{\varepsilon 3} = 1.20 \tag{12}$$

$$C_{DK} = 0.09,\ C_{DE} = 0.09 \tag{13}$$

である。

また比較のため壁面距離を用いない低レイノルズ数型線形 K-ε モデルである Launder-Sharma モデル（LS モデル）[5] を用いた計算も実行した。

3. 平面衝突噴流

平面衝突噴流の予測対象はSuenaga-Yoshida-Echigo[3] の実験である。噴出口の幅 D と噴出口での最大速度 U_0 で定義されたレイノルズ数は9500である。図１が示すように噴出口から衝突壁までの距離は $8D$ である。噴出口での流れは完全発達したチャネル乱流である。本計算では 100×105 の計算格子を用いて、計算スキームとしては対流項の離散化にQUICKを圧力解法にSIMPLE法を使用した。

中心線上の平均速度分布を図２に示す。本モデルとLSモデルの予測は実験に比べ衝突壁付近まで減速せず、衝突壁近傍で急に減速しており、壁付近で実験とのずれがみられる。図３は中心線上の垂直応力の変化を示している。$\overline{u'u'}$ の分布では実験が壁から離れたところから緩やかに増加するのに比べ、両モデルの予測は平均速度同様壁近傍でのみで増加が見られる。$\overline{v'v'}$ では両モデルとも増加がほとんど再現されていない。LS モデルが $\overline{v'v'}$ の実現性を満足しないのに対して、本モデルは実現性を満たしている。また、この平面衝突噴流のモデル計算ではCraft-Graham-Launder[1] が円形衝突噴流で指摘したような乱れの過大予測は生じないことが確認された。

次に本モデルの予測性能の改善を考える。図２が示すようにモデルの予測では速度 U が衝突壁まで十分には壁に沿う方向の速度 V に変換されず、図３の乱れに関しても十分な大きさを持っていない。そこで乱れを増加させ、U から V への変換を促進するため、散逸率方程式の生成項に以下のような渦度の移流に関連したモデル関数を加えた。

$$f_{\varepsilon p} = (1 + X) f_{\varepsilon p0} \tag{14}$$

$$X = \min\left(\max\left(C_{\varepsilon p}\frac{K^3}{\tilde{\varepsilon}^3}\frac{DW_{ij}W_{ij}}{Dt}, -0.4\right), 0\right) \tag{15}$$

ここで $f_{\varepsilon p0}$ は式 (10) で定義されたモデル関数で、$C_{\varepsilon p} = 0.01$ である。この効果により図２が示すように平均速度の予測に大きな改善がみられた。垂直応力では実験同様に壁から離れた領域から増加が見られるが、壁近傍で $\overline{u'u'}$ を過大に予測している。

次に y 方向の諸量の分布を図４〜7に示す。$x/D = 3.0$ は噴出口に近い位置、$x/D = 6.0$ は衝突壁付近、$x/D = 7.8$ は壁面ごく近傍の位置である。図４ (a) と (b) の平均速度 U では $f_{\varepsilon p}$ を付加した本モデルが実験をよく再現している。図４ (c) では非線形モデルの結果では中心線付近でくぼみがみられた。図５は平均速度 V であり、噴出口付近ではすべてのモデルは過小予測している。図５ (b) と (c) では改良モデルが実験値に最も近い予測をしている。剪断応力 $\overline{u'v'}$ を図６に与える。壁面のごく近傍ではモデルは実験結果に対して符号が反転した結果を予測している。垂直応力 $\overline{u'u'}$ と $\overline{v'v'}$ が図７に示されている。図３が示すように図７ (c) では $f_{\varepsilon p}$ を加えた本モデルは $\overline{u'u'}$ を過大に、$\overline{v'v'}$ を過小に予測している。

4. 円形衝突噴流

次に取り上げる円形衝突噴流の予測対象は西野・佐間田・糟谷・鳥居[4] の実験である。噴出ノズル直径 D と噴出口での最大速度 U_0 で定義されたレイノルズ数は13100である。流れの概略図が図８に与えられており、ノズル・衝突壁間の距離は $5.86D$ である。この実験では噴出ノズルでの諸量の分布は与えられておらず、噴出口近傍での平均速度 U と乱流強度 u'、v' の実験データと $w' = v'$ の仮定の下での乱流エネルギー K が示されている。しかし、データは v' が u' の２倍強もあり、完全発達した円管内乱流とはかなり異なる分布となっている。本研究では噴出ノズルにおける分布として暫定的に噴出口近傍での U と K を採用し、等方散逸率の分布は先の２量の分布と式 (7) を用いて作成した。以下に示す本モデルの予測結果は先に導入した $f_{\varepsilon p}$ にほとんど依存しないため、$f_{\varepsilon p}$ を導入したモデル結果のみを示す。

まず中心軸上の変化を示す。図９は平均速度 U であり、LS モデルに比べ本モデルの予測は実験に近いものとなっている。図 10 の垂直応力では Craft-Graham-Launder[1] の結果同様衝突壁近傍で過大予測がみられた。LS モデルは平面衝突噴流の場合と同様、実現性を破っている。平均速度 U の半径方向分布は図 11 に与えられている。LS モデルに比べて本モデルは実験に近い予測をしている。壁ごく近傍の図 11(c) には平面衝突噴流の場合と同様くぼみが確認された。図 12 は平均速度 V の分布である。図 12(b) では両モデルとも過大予測がみられる。図 13 に剪断応力 $\overline{u'v'}$ の分布が与えられている。衝突壁から離れた位置ではモデルはある程度実験を再現できている。しかし、壁の付近の図 13(b) と (c) では実験で $\overline{u'v'}$ がほぼ０となっているが、モデルでは大きな負のピークをとる分布となっている。図 14 の垂直応力分布では図 10 が示唆するようにモデルは壁面近傍で過大予測となっている。以上の円形衝突噴流の予測結果は等方散逸率の流入条件に依存するため、円形衝突噴流に対するモデルの予測性能の検討は噴出ノズルの脇に壁がない開空間タイプの Cooper-Jackson-Launder-Liao[6] の実験等も念頭においてさらに検証研究を進める必要があると思われる。

5. 結言

本研究では３次非線形 K-ε モデルを用いて乱流衝突噴流の数値予測を実行した。予測対象は閉空間タイプの平面衝突噴流と円形衝突噴流の実験である。平面衝突噴流ではモデルは実験の衝突壁付近の平均速度の挙動を再現できなかった。そこで等方散逸率方程式の生成項に渦度の移流効果を導入した。この改良により平均速度の予測に

改善がみられた。垂直応力の予測では Launder-Sharma の線形モデルが実現性を満足しないのに対して、本モデルは衝突壁付近においても実現性を満たすことが確認できた。一方で渦度移流効果の導入により本モデルは衝突壁付近で乱れを過大予測することがわかった。円形衝突噴流においても結果は同様であったが、流入条件等をさらに詳細に検討し検証研究を進める必要があると考えられる。

参考文献

1. Craft, T.J., Graham, L.W.G., and Launder, B.E., "Impinging jet studies for turbulence model assessment - II. A comparison of the performance of four turbulence models," Int. J. Heat Mass Transfer, **36**, (1993), pp. 2685-2697.

2. Okamoto, M. and Shima, N., "A Nonlinear K-ε Model with a Third-Order Eddy-Viscosity Representation," Proc. 3rd Int.Symp. on Turbulence, Heat and Mass Transfer, (2000), pp. 389-396.

3. Suenaga, K., Yoshida, H. and Echigo, R., "Turbulence structure and heat transfer of a two-dimensinal impinging jet with gas-solid suspensions" Int. J. Heat Mass Transfer, **33**, (1990), pp. 859-867.

4. 西野耕一, 佐間田正憲, 糟谷圭一, 鳥居薫, "軸対称衝突噴流よどみ領域の乱流特性," 日本機械学会論文集, **B62**, (1996), pp.474-482.

5. Launder, B.E. and Sharma, B.I., "Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc," Lett. Heat Transfer, **1**, (1974), pp.131-138.

6. Cooper, D., Jackson, D.C., Launder, B.E. and Liao, G.X., "Impinging jet studies for turbulence model assessment - I. Flow-field experiments," Int. J. Heat Mass Transfer, **36**, (1993), pp. 2675-2684.

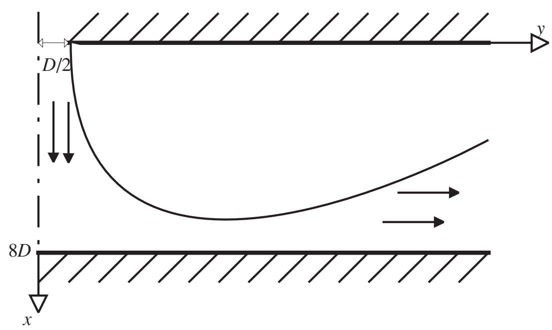

Fig. 1: Flow configuration of impinging plane jet and coordinate system.

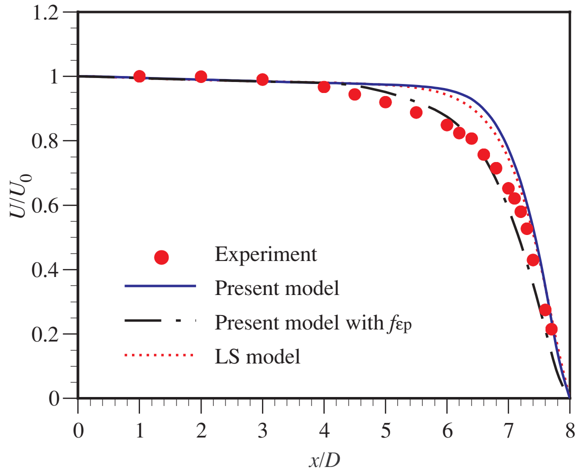

Fig. 2: Centerline mean velocity.

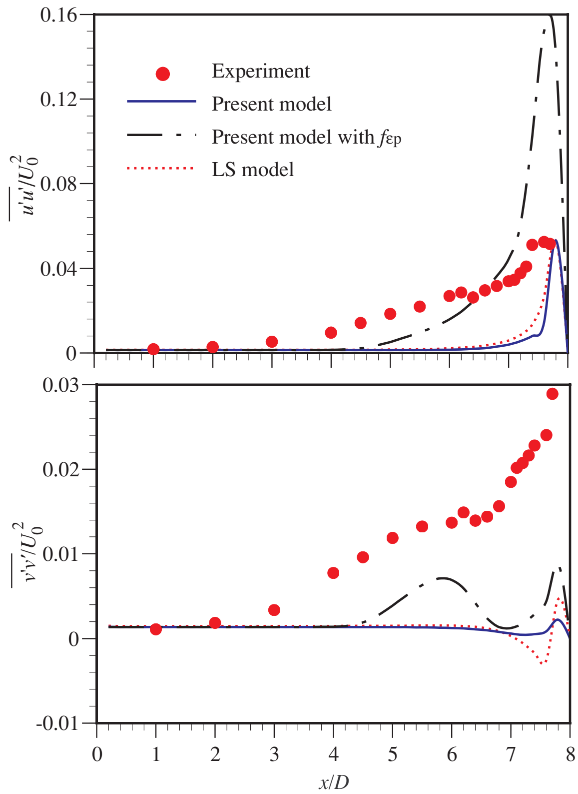

Fig. 3: Centerline normal stresses.

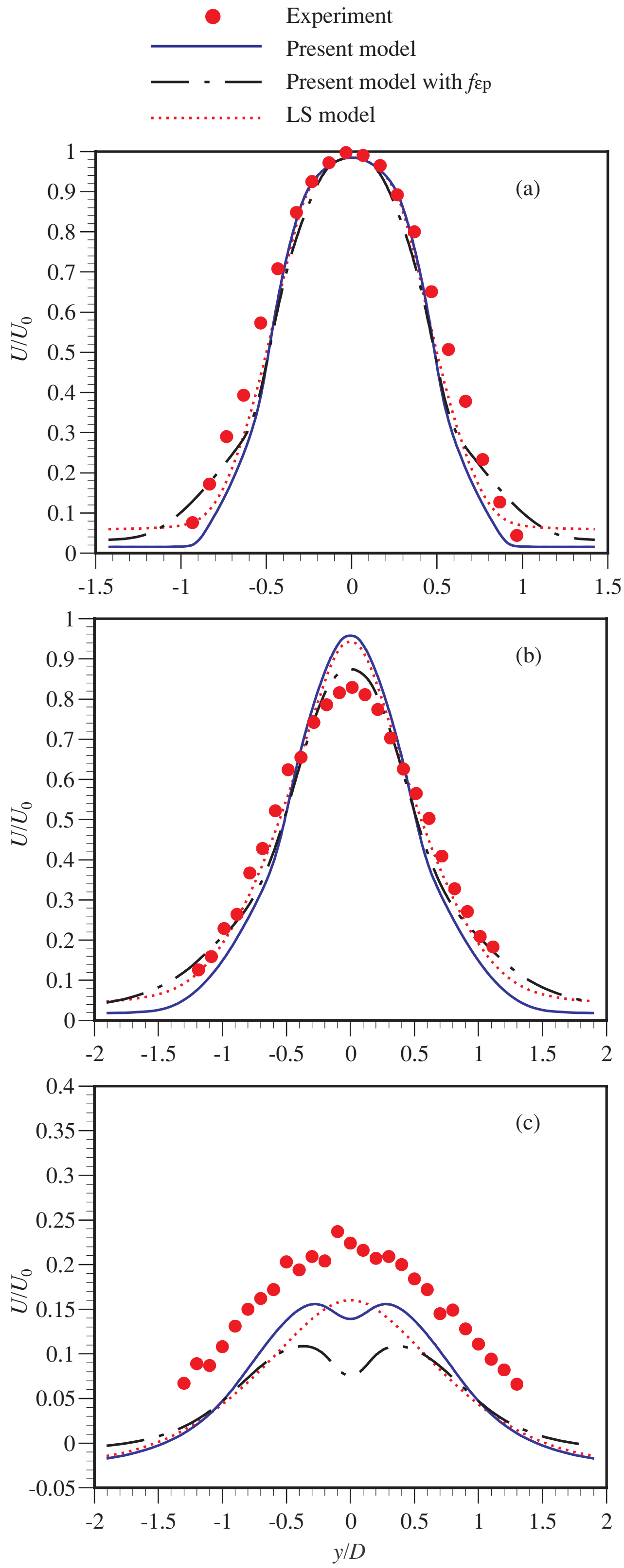

Fig. 4: Profiles of mean velocity U. (a) $x/D = 3.0$, (b) $x/D = 6.0$, (c) $x/D = 7.8$.

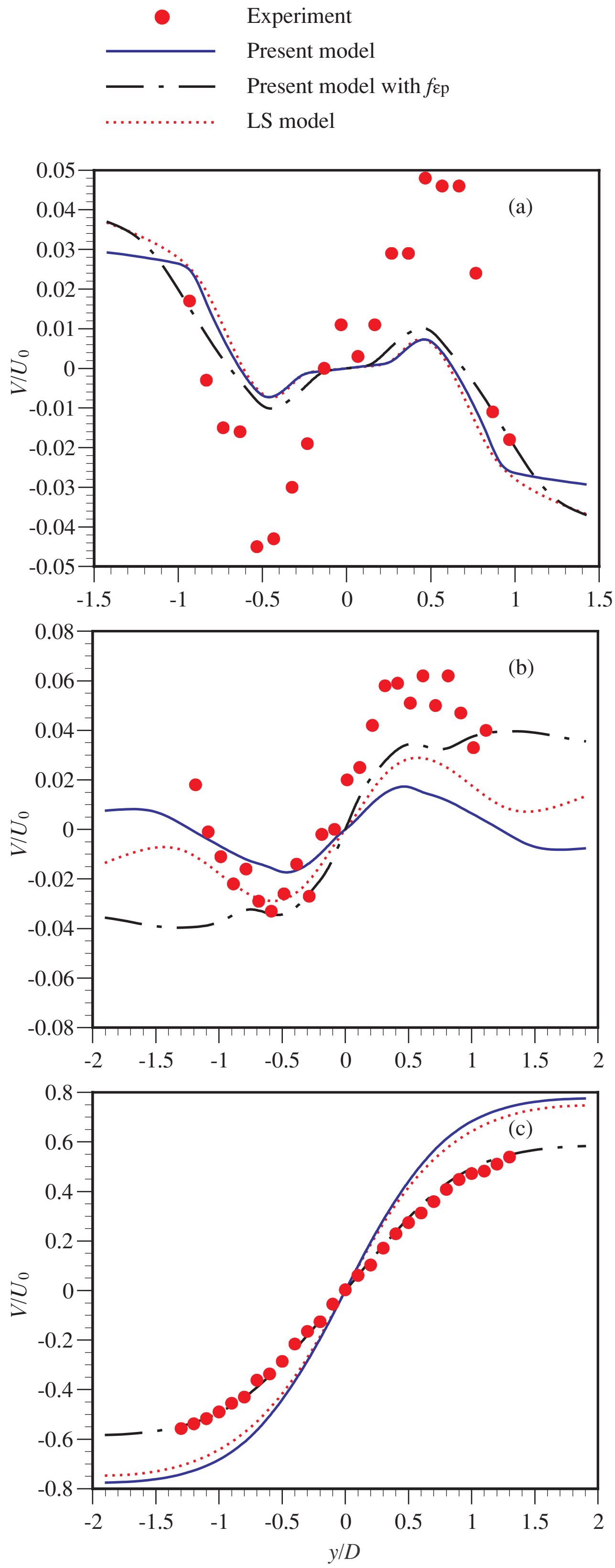

Fig. 5: Profiles of mean velocity V. (a) $x/D = 3.0$, (b) $x/D = 6.0$, (c) $x/D = 7.8$.

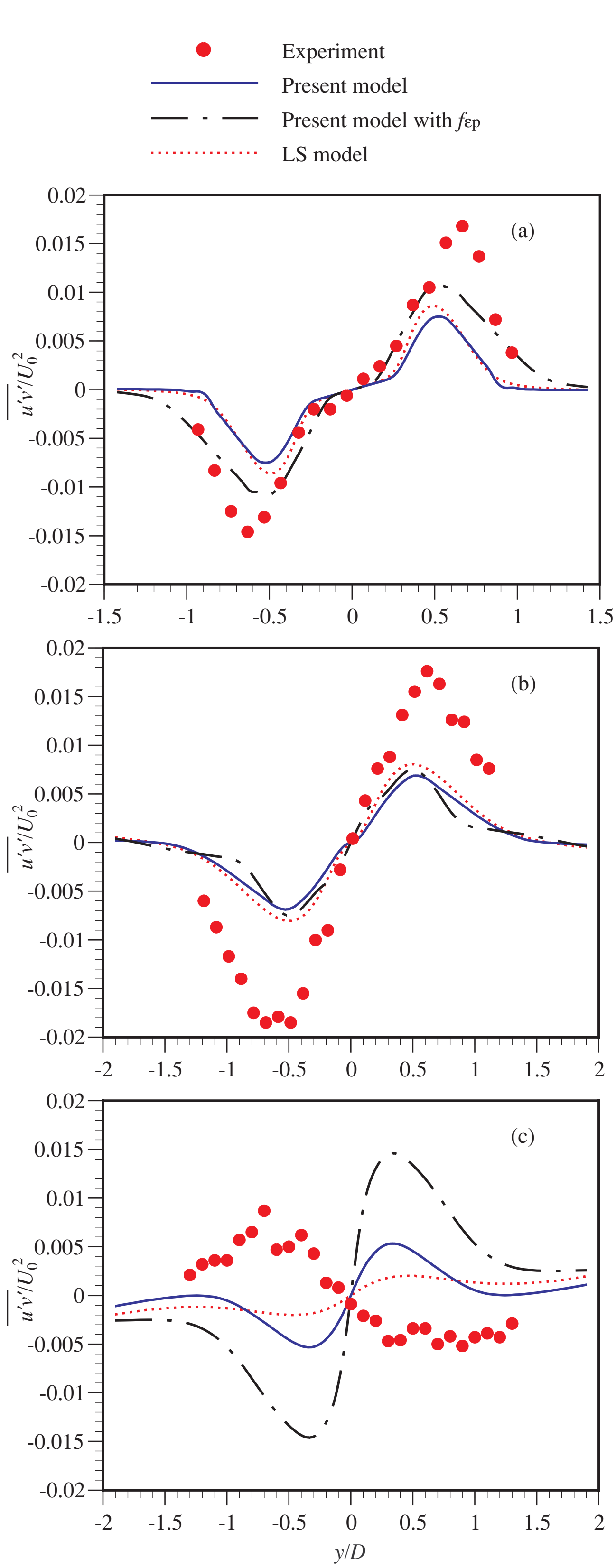

Fig. 6: Profiles of shear stress, $\overline{u'v'}$. (a) $x/D = 3.0$, (b) $x/D = 6.0$, (c) $x/D = 7.8$.

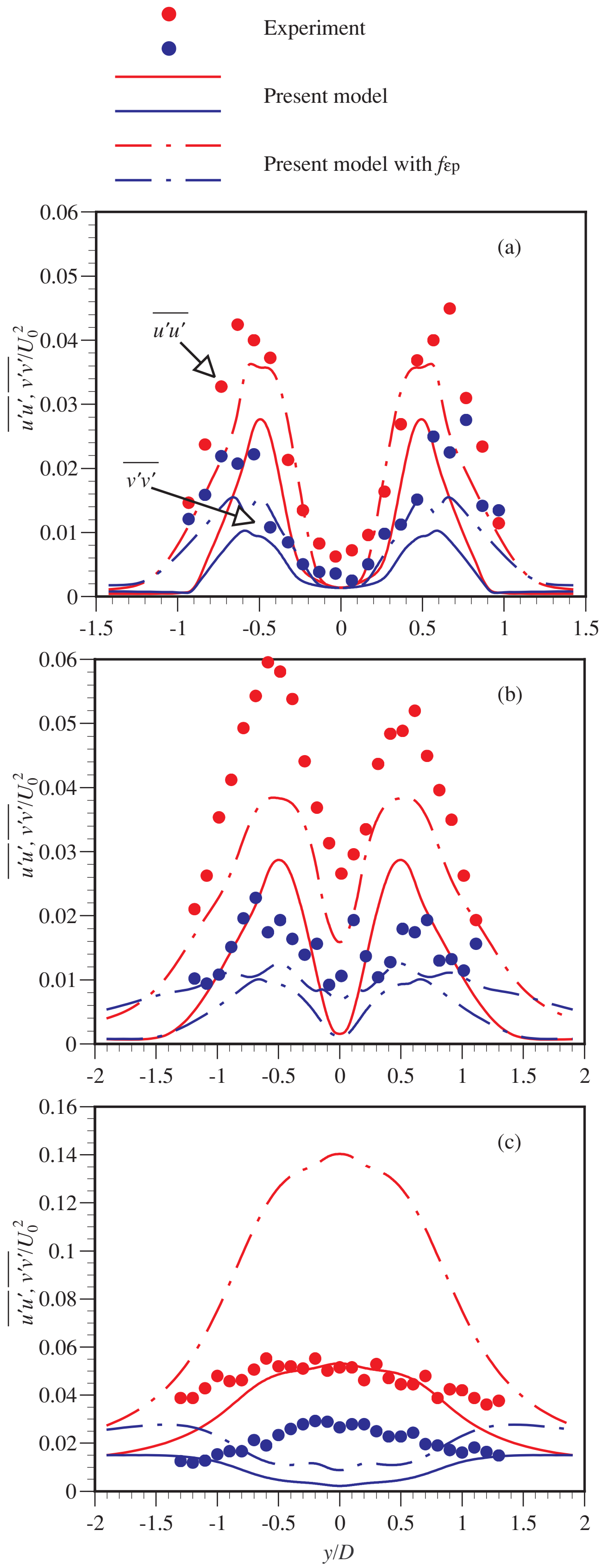

Fig. 7: Profiles of normal stresses, $\overline{u'u'}$ and $\overline{v'v'}$. (a) $x/D = 3.0$, (b) $x/D = 6.0$, (c) $x/D = 7.8$.

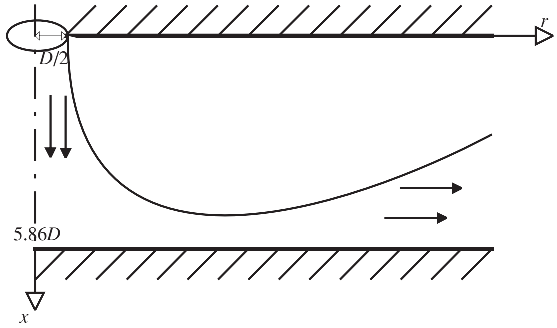

Fig. 8: Flow configuration of impinging round jet and coordinate system.

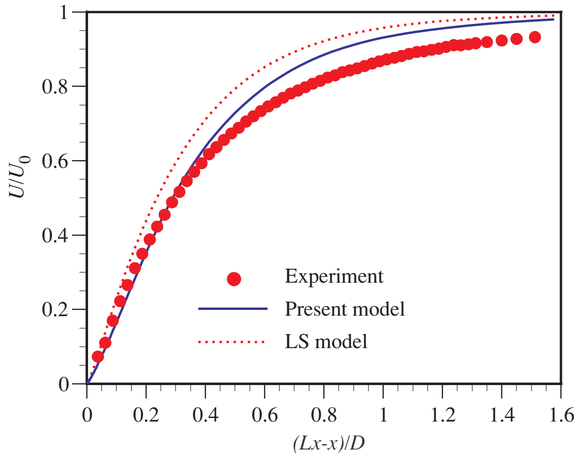

Fig. 9: Centerline mean velocity.

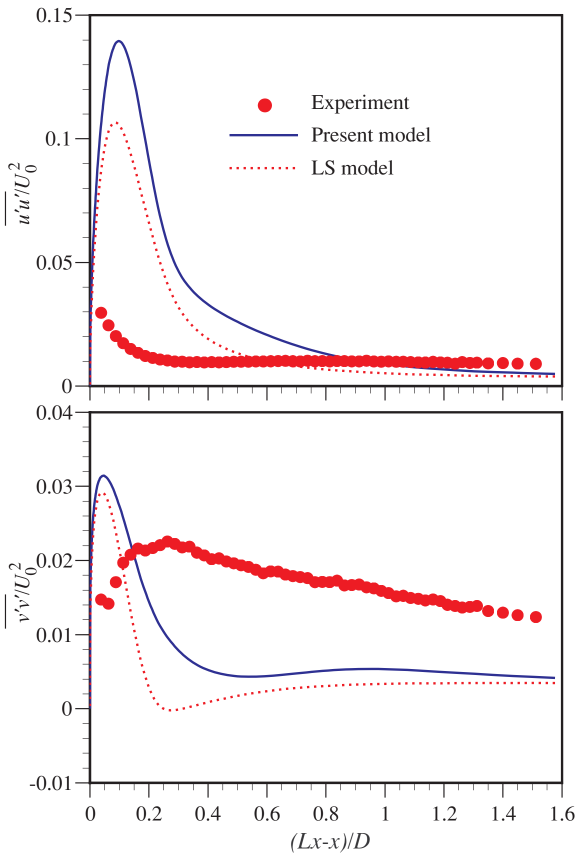

Fig. 10: Centerline normal stresses.

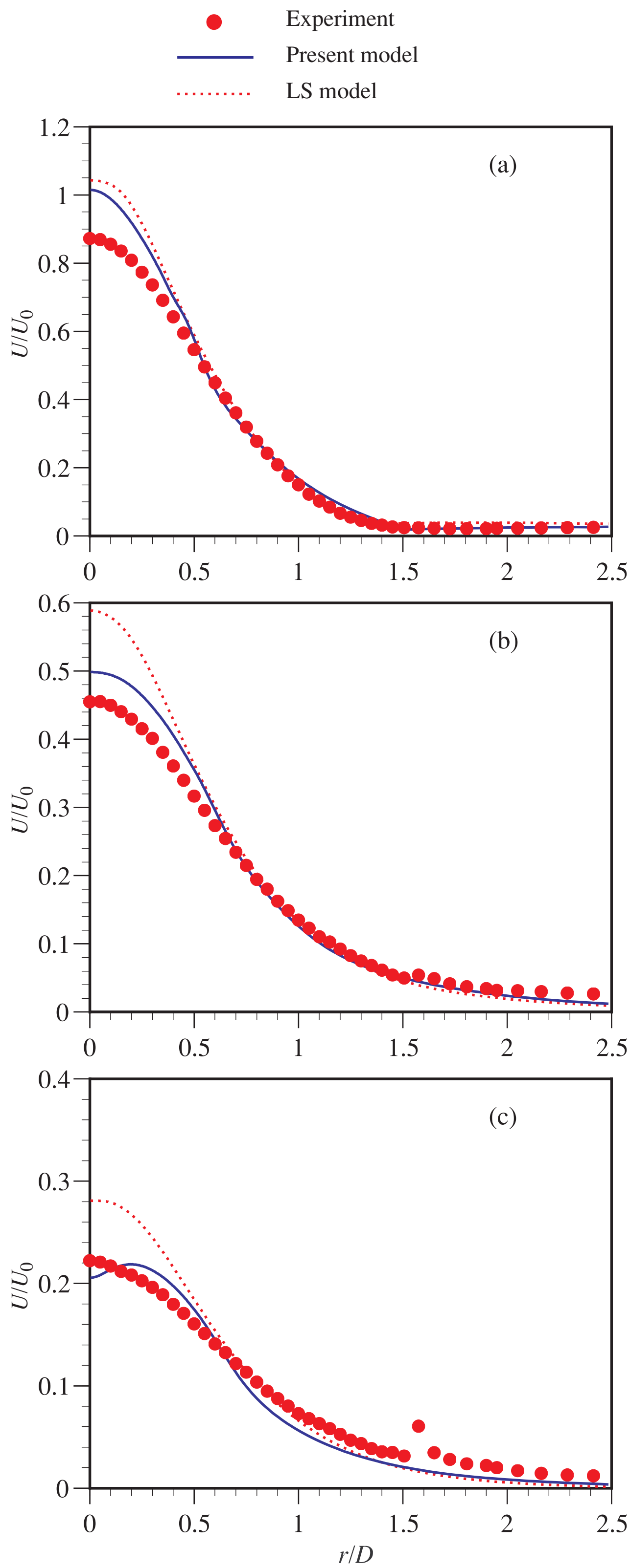

Fig. 11: Profiles of mean velocity U. (a) $(L_x - x)/D = 1.01$, (b) $(L_x - x)/D = 0.263$, (c) $(L_x - x)/D = 0.113$.

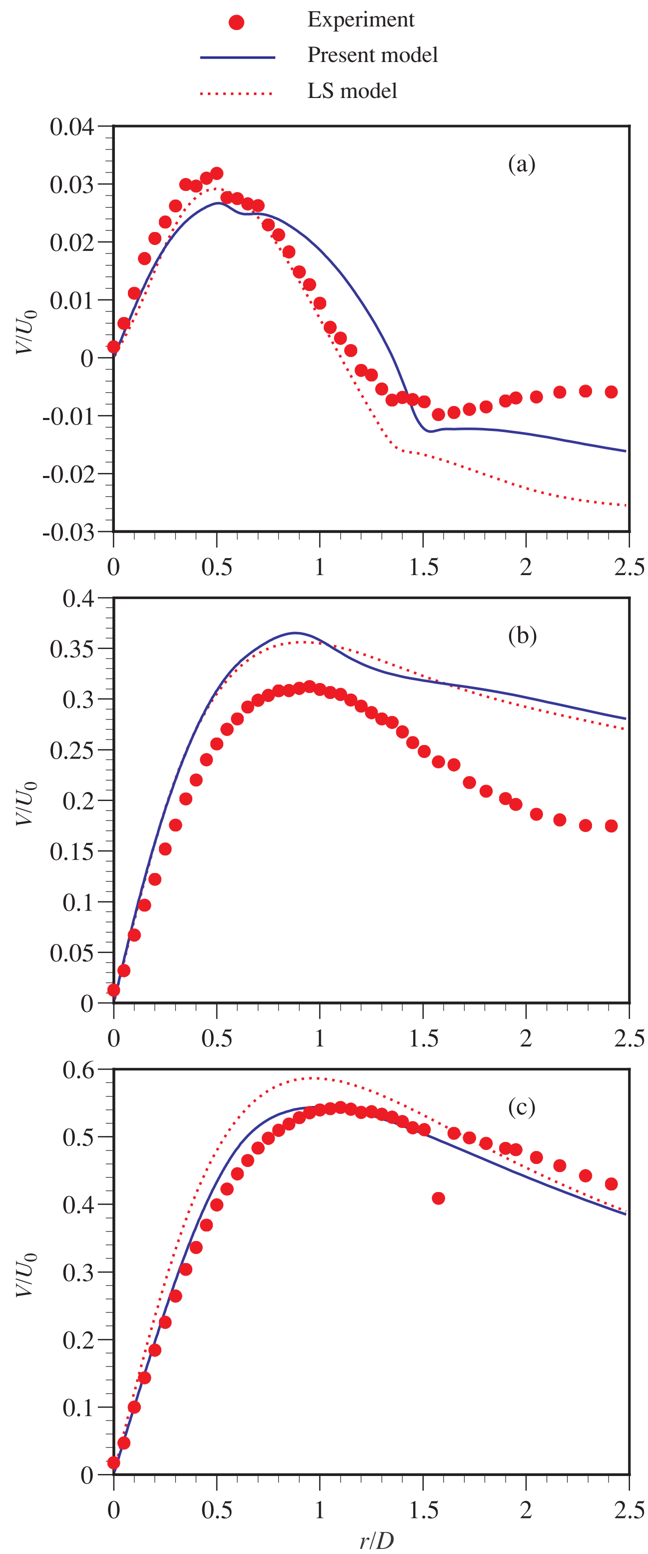

Fig. 12: Profiles of mean velocity V. (a) $(L_x - x)/D = 1.01$, (b) $(L_x - x)/D = 0.263$, (c) $(L_x - x)/D = 0.113$.

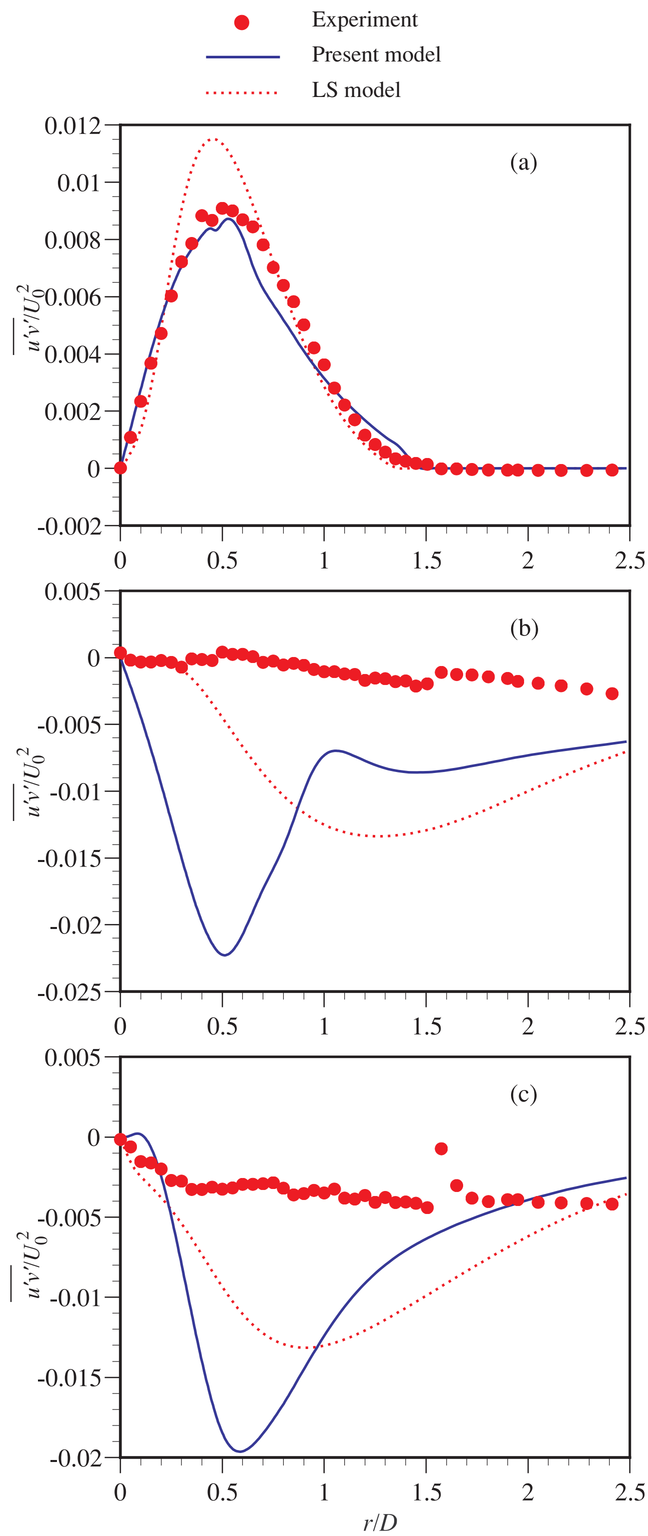

Fig. 13: Profiles of shear stress, $\overline{u'v'}$. (a) $(L_x - x)/D = 1.01$, (b) $(L_x - x)/D = 0.263$, (c) $(L_x - x)/D = 0.113$.

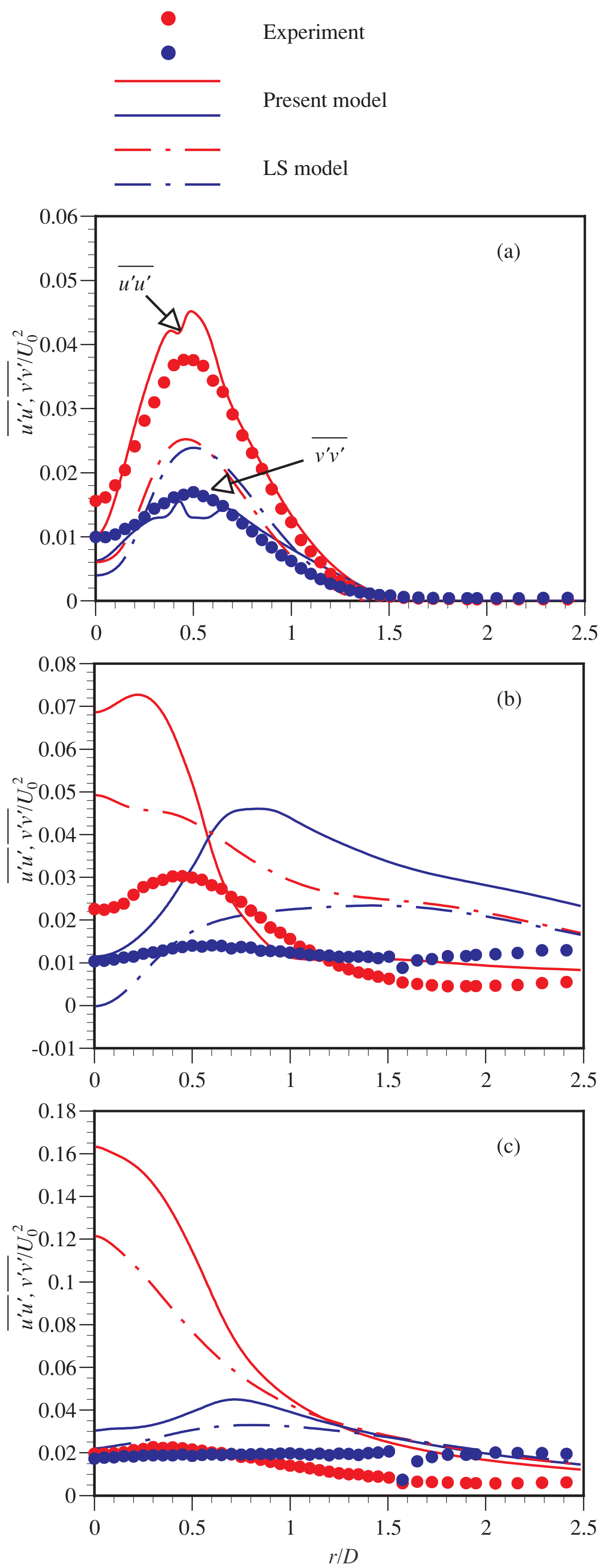

Fig. 14: Profiles of normal stresses, $\overline{u'u'}$ and $\overline{v'v'}$. (a) $(L_x - x)/D = 1.01$, (b) $(L_x - x)/D = 0.263$, (c) $(L_x - x)/D = 0.113$.