

極超音速プラズマ流での空力加熱の磁場による制御

Control of Aerodynamic Heating in Hypersonic Plasma Flow by Magnetic Field

松下健治, 東大院, 神奈川県相模原市由野台 3-1-1 宇宙研, E-mail: kenji@abe1.eng.isas.ac.jp
 滝澤勇二, 東大院, 神奈川県相模原市由野台 3-1-1 宇宙研, E-mail: taki@abe1.eng.isas.ac.jp
 藤田和央, 宇宙研, 神奈川県相模原市由野台 3-1-1, E-mail: kazu@kazudom.eng.isas.ac.jp
 安部隆士, 宇宙研, 神奈川県相模原市由野台 3-1-1, E-mail: tabe@abe1.eng.isas.ac.jp

In hypersonic flight, is theoretically pointed out a possibility to control the flow by applying a magnetic field under the condition that the air is sufficiently ionized due to the high temperature associated with a strong shock wave. It is also pointed out that an aerodynamic heating can be reduced as a result of the control. Before the experiment using an argon plasma flow generated by means of an arc jet wind tunnel, we examined the phenomena numerically. In this study, we solved MGD (Magneto Gas Dynamics) equations for the plasma flow, and we employed the low magnetic Reynolds number model in which the induced magnetic field in the MGD equations is neglected. Through this study, we confirmed the possibility of magnetic control of the flow. Based on these confirmations, we will start our experiment.

1. はじめに

極超音速飛行時に強い衝撃波による圧縮加熱により空気がプラズマになっている状態などでは、磁場によって流れを制御できる可能性がある。現在、その応用の一つとして空力加熱を低減させようという試みがなされている。我々は実験及び数値シミュレーションにより、その可能性を検討している。今回の研究は、アルゴンを試験気体としたアーク風洞による実験を行うにあたり、数値シミュレーションを用いて予想される現象を明らかにしようとするものである。

極超音速飛行時の空力加熱の磁場による低減についてのシミュレーションはいくつかなされているが、その一つとして Poggie がマッハ 5 の半球周りの流れについて低磁気レイノルズモデルを用いて MGD 方程式を数値計算し理論との比較を行っている。低磁気レイノルズモデルとは磁気レイノルズ数が低いときには流れによって誘起される磁場が印加した磁場に対して小さくなることを利用したモデルであり、この研究では我々も Poggie と同様にこのモデルを用いて MGD 方程式を数値計算で解くことにした。まず、計算コードの作成を行い Poggie と同じ条件で計算を行ってコードの検証を行った。そして、我々が予定している実験条件での計算を行い、実験において起こると予想される現象についての調査を行った。

2. 数値計算の理論的背景

2.1 支配方程式 (低磁気レイノルズモデル MGD 方程式)

今回の数値シミュレーションでは磁場の作用を受けるプラズマの流れを解くことになる。そのため、通常の流体の方程式に電磁場による流れへの作用の項を加え、電磁場を支配する Maxwell 方程式をカップリングさせる必要が生じる。

流れの代表的な長さがデバイ長より長く、流れの時間スケールがプラズマ周波数の逆数より大きいときのモデルが MGD モデルである。今回の研究で対象とする状態では上記の条件が満たされるものと考えられるため MGD モデルが適用可能であり、我々は MGD モデルで流れ場を解くものとする。

電磁力の作用する流体を支配する方程式は MGD モデルを用いると次のようになる。(1)~(3)が電磁力の作用する流体での流れの基礎方程式、(4)~(7)が MGD 近似を施した Maxwell 方程式 (と同値な方程式) そして MGD モデルにオームの法則(8)を追加している。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (\text{質量保存則}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = \nabla \cdot \mathbf{P} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (\text{運動量保存則}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(e + \frac{1}{2} V^2 \right) \right] + \nabla \cdot \left[\rho \left(e + \frac{1}{2} V^2 \right) \mathbf{V} \right] = \nabla \cdot (\mathbf{V} \mathbf{P}) + \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} - \nabla \cdot \mathbf{Q} \quad (\text{エネルギー保存則}) \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (\text{電荷保存の法則}) \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (\text{アンペールの式}) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (\text{ファラデーの式}) \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{磁場のガウスの法則}) \quad (7)$$

$$\mathbf{J} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (\text{オームの法則}) \quad (8)$$

2.2 流れの制御の原理

ここで磁場による流れ場の制御の原理を簡単に説明しておく。原理図を Fig.1 に示す。Fig.1 のように、磁場が印加されてある物体に対してプラズマ流が当たっている状態を考える。

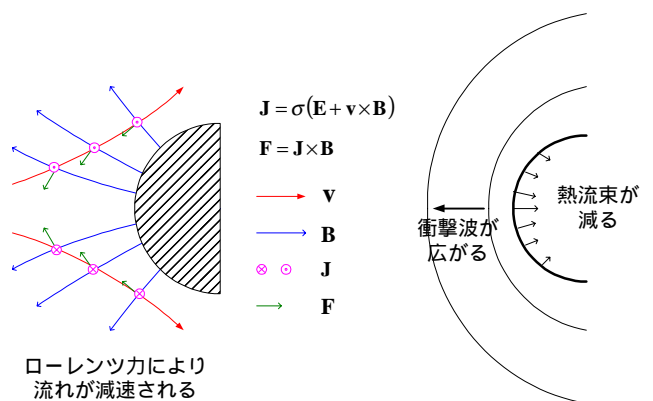


Fig.1 Concept of magnetic control

プラズマの流れが磁力線を横切ることにより紙面に垂直な方向に電流が流れることが、オームの法則から言える。そして、このような電流に対して磁場が作用して Fig.1 に示され

たようなローレンツ力が働く。このローレンツ力の方向は概ね流れに逆らう方向に働いている。よってローレンツ力によって流れが減速されることになる。一般に流れが磁力線を横切るとき、ローレンツ力が働いて流れが減速される。流れと磁力線の向きが互いに垂直に近いほど減速の効果は大きい。流れが減速されることにより衝撃波は広がり、物体表面に流入する熱流束は減少するわけである。

2.3 磁場及び電場の扱い

MGD モデルにより簡略化された Maxwell 方程式より以下の磁場誘導の式（無次元形）が得られる。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \left(\mathbf{V} \times \mathbf{B} - \frac{1}{\text{Rm}} \nabla \times \mathbf{B} \right)$$

この方程式を見ると磁気レイノルズ数 $\text{Rm} = \sigma \mu_0 V_\infty L$ が上式右辺第一項と第二項の大きさの比を表すことがわかる。磁気レイノルズ数が小さい場合、第二項が支配的となり、これはプラズマの流れにより誘起される磁場の大きさが印加された磁場の大きさに対して無視できることを表す。すなわち、磁場の時間変動について解く必要が無くなる。

電場については磁場が静的になることより電場ポテンシャル ϕ についての方程式

$$\nabla \cdot [\sigma(-\nabla\phi + \mathbf{v} \times \mathbf{B})] = 0 \quad (\text{ただし、} \mathbf{E} = -\nabla\phi)$$

が導かれるが、この方程式によると軸対称流で（我々は今回軸対称流を考える）初期に周方向に流れが存在しない場合（今回は簡単のためそのような流れを考える）には ϕ は常に一定一様であり、電場はずっと全く発生しないことがわかる。

結局、低レイノルズモデルでかつ今回考える流れの場合では、磁場は一定、電場は発生しないということで電磁場を固定して計算できることになる。

2.4 保存形軸対称低磁気レイノルズ MGD 方程式

低磁気レイノルズ MGD 方程式はオームの法則を用いて電流 \mathbf{J} を消去することなどにより以下のような保存形に変形できる。ただし下記の式は無次元化されていて、軸対称問題に対して定式化してある。形式的には通常の Navier-Stokes 方程式に電磁場による生成項が加わっただけであり、通常の Navier-Stokes 方程式の数値解法が適用可能である。

・保存方程式

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{H} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial x} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial y} - \frac{1}{\text{Re}} \mathbf{H}_v = \mathbf{QS}$$

・オイラー方程式の項

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e+p)u \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e+p)v \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 - \rho w^2 \\ 2\rho vw \\ (e+p)v \end{bmatrix}$$

・粘性項

$$\mathbf{E}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \beta_x \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \beta_y \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_v = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} - \tau_{zz} \\ 2\tau_{yz} \\ \beta_y \end{bmatrix}$$

・電磁場による項

$$\mathbf{S} = \sigma \begin{bmatrix} 0 \\ (E_y B_z - E_z B_y) - u(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2) + (uB_x + vB_y + wB_z)B_x \\ (E_z B_x - E_x B_z) - v(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2) + (uB_x + vB_y + wB_z)B_y \\ (E_x B_y - E_y B_x) - w(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2) + (uB_x + vB_y + wB_z)B_z \\ (E_x^2 + E_y^2 + E_z^2) + (vB_z - wB_y)E_x + (wB_x - uB_z)E_y + (uB_y - vB_x)E_z \end{bmatrix}$$

上式を見てもわかるように磁場による流れ場への効果の大きさは作用パラメータ $Q (= \sigma_r B_r^2 L / \rho_\infty V_\infty)$: 無次元数) に代表され、作用パラメータが大きいほど磁場による効果が大きくなる。同じ作用パラメータの流れ場については磁場による流れ場への効果はまったく同じである。そこで、磁場による効果の変化による流れ場への影響を調べるためには作用パラメータを変化させて計算を行えばよい。

2.5 数値解法

支配方程式は差分法を用いて解いた。数値流束は AUSMDV スキームを用いて計算した。計算精度は時間一次精度、空間一次精度である。高精度化は今後の課題である。壁面境界条件は速度については通常の NS 方程式の境界条件、温度は等温壁、圧力は電磁力を考慮した壁面での運動量方程式により与えた。

3. 計算結果

半球周りの計算

コードの検証のために、まずマッハ 5 の半球周りの流れについて解いた。Poggie が同じ流れを数値計算で解いて理論との比較を行っていて、よい一致を見ている。我々はこの数値計算との比較をすることによりコードの検証を行った。ただし Poggie は三次元問題として解いているのに対して我々は 2 変数軸対称問題として解いている。我々が使用した計算格子と印加した磁場の磁力線をそれぞれ Fig.2、Fig.3 に示す。計算格子数は中心軸方向、半径方向に 60×80 点である。磁場のかけ方は Poggie にならい半球の中心に磁気双極子を配置した。

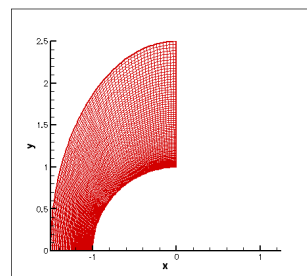


Fig.2 Calculation grid

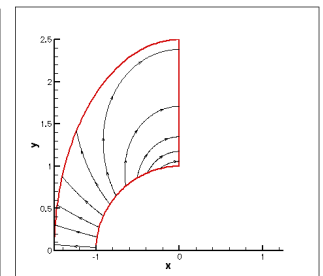


Fig.3 Magnetic field

代表長さは半球の半径で取り、有次元値では 10[mm] である。その他の流れの代表値は一樣流値で与えた。一樣流の温度、物体表面での温度は有次元値ではそれぞれ 100[K]、300[K] とした。粘性係数、比熱比は空気のものを用いた。電磁場、電気伝導度の代表値はよどみ点でとった。このように代表値をとった上で一樣流の条件を、レイノルズ数が Poggie の計算と同じ 80000 になるように設定して計算を行った。

先に述べたように Q を変化させることで電磁場による流れ場への効果を変化させて計算を行った。 $Q=0$ (磁場がない)の場合と $Q=6$ の場合の流れの温度分布を Fig.4 に示す。

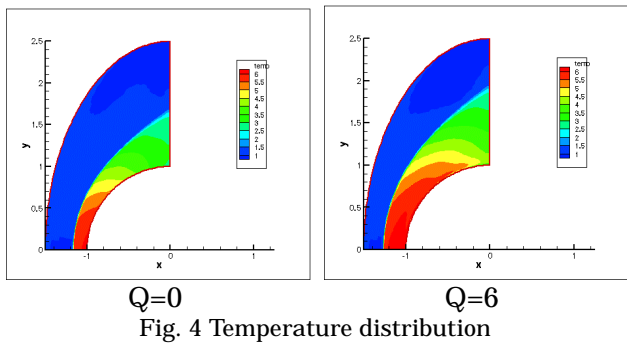


Fig. 4 Temperature distribution

$Q=0$ の場合と $Q=6$ の場合を比較すると磁場を印加することにより明らかに流れ場が変化していることがわかる。衝撃波が膨らみ衝撃波離脱距離が増大している。これは流れが磁場から受けるローレンツ力により流れが減速されることによるものと考えられる。更に、 Q を変化させたときの中心軸上での衝撃波離脱距離の変化を調べ、Poggie の計算結果と比較したものを Fig.5 に示す。

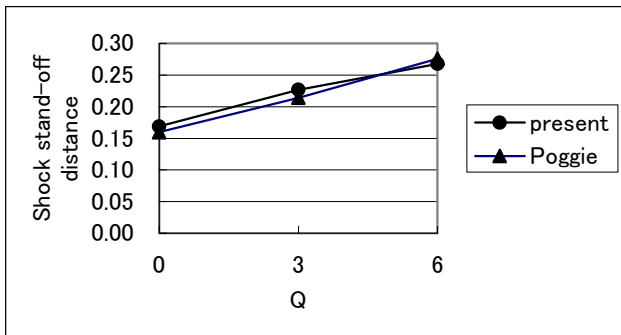


Fig.5 Shock stand-off distance

Q を大きくして磁場の効果を大きくするほど衝撃波離脱距離が増加していることがわかる。 Q が大きくなることでローレンツ力による流れの減速の効果が強まり、その分衝撃波が膨らんでいると考えられる。そして我々の計算結果は Poggie のものとよく一致している。

また、物体表面に流入する熱流束分布を調べた。指標として無次元の熱流束を表す Stanton 数 St を調べた。物体表面での熱流束分布を Poggie の計算と比較したものを Fig.6 に示す。Fig.6 での θ は物体表面での位置を中心軸からの角度で表したものである。 $\theta = 0^\circ$ がよどみ点で、 θ が大きいほど下流側になる。

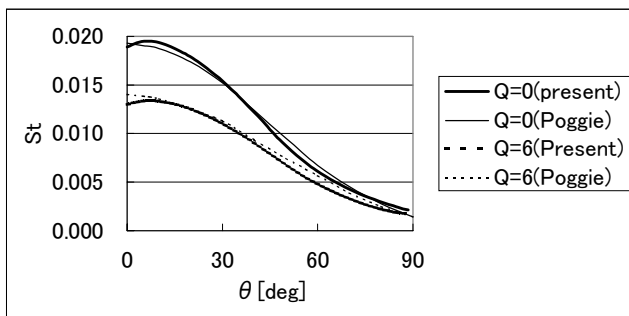


Fig.6 Heat flux distribution on body

よどみ点付近で熱流束が大きく、下流に行くほど熱流束はなだらかに減少している。磁気をつけることにより物体表面での熱流束が減少していることがはっきりとわかる。よどみ点に近いほど磁場による熱流束の減少の割合が大きく、下流になるほど減少の割合は小さくなり、 $\theta = 90^\circ$ では違いがほとんどなくなる。今回の磁場のかけ方ではよどみ点に近い領域では流れと磁力線が直交してローレンツ力による流れの減速が大きく、下流になるほど流れと磁力線が平行になってローレンツ力による流れの減速が小さくなるためと考えられる。我々の計算結果は Poggie の計算結果とよく一致していて、熱流束についても正しく計算できているものと考えられる。

我々の計算結果と Poggie の計算結果の比較を行った結果、衝撃波離脱距離、物体表面での熱流束ともに定性的にも定量的にもよく一致している。このことから我々の計算コードは正しく機能しているものと考えられる。

実験条件での計算

我々の実験において用いる模型は円柱状の物体であり、円柱の中心軸が流れの方向に向くように配置して実験を行う。このため、計算においては軸対称問題として解くことができる。計算格子を Fig.7 に、印加した磁場の磁力線を Fig.8 に示す。計算格子数は半径方向、中心軸方向に 51×51 点である。

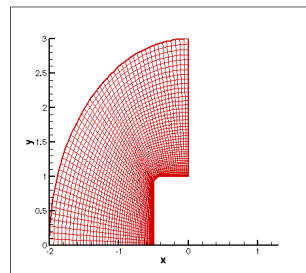


Fig.7 Calculation grid

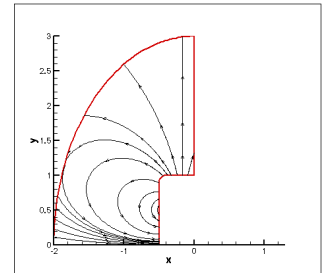


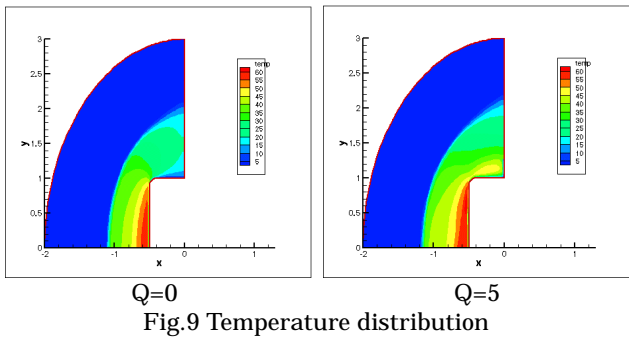
Fig.8 Magnetic field

アーク風洞の実験では上流条件を正確に与えるのが難しいが、今回の計算では一様流のマッハ数を 11、圧力を 1[Torr] 温度を 600[K] と仮定した。また、物体表面の温度を 300[K] と仮定した。実験で用いる物体の半径は 30[mm] でこの値を代表長さとして無次元化を行った。粘性係数、比熱比は実験で試験気体として用いるアルゴンの値を用いた。その結果この流れのレイノルズ数は 7250 となった。

まず電磁場が働かない状態で計算を行ったところ衝撃波背後では圧力は 20000[Pa] 程度、温度は 25000[K] 程度であった。そして我々が先に行ったアーク風洞の予備実験によるとオーダー的には電離度は 1% 程度、電子温度は 6000[K] 程度との結果が得られている。これらの状態でアルゴンの電気伝導度を計算したところ、電子温度以外のパラメータの多少の変動にはそれほど左右されず概ね 3000[1/m] 程度で一定であった。そこで、今回の計算では衝撃波の上流では低温なので電離は起こっていないものと考えて電気伝導度は 0、衝撃波の背後では高温により電離が起こっていて電気伝導度が 3000[1/m] であると固定してシミュレーション計算を行った。

続いて、我々の実験において予想されるパラメータのオーダーを見積もった。我々の実験ではよどみ点で磁束密度が 0.3[T] 程度となるので、磁気レイノルズ数は $Rm=0.57$ 程度となった。よって我々の実験条件では流れによる磁気変動を完全には無視できないが、低磁気レイノルズモデルは近似計算としては成り立つと考える。続いて、作用パラメータは $Q=1.5$ 程度と見積もられた。そこで $Q=1.5$ を含む様々な作用パラメータについて計算を行った。

Q=0 の場合と Q=5 の場合の流れ場の温度分布を Fig. 9 に示す。



磁場を印加することにより半球の場合と同様に流れ場が変化して衝撃波が膨らみ衝撃波離脱距離が増大していることがわかる。衝撃波離脱距離が半球の場合より大きくなっているのは、我々の模型では平面状の領域に直接流れが当たるために流れの減速が半球の場合より大きくなっているためと考えられる。

それぞれの計算について、Q を変化させたときの中心軸での衝撃波の離脱距離と物体表面に流入する熱流束分布を調べた。まず、中心軸での衝撃波の離脱距離を Fig.10 に示す。

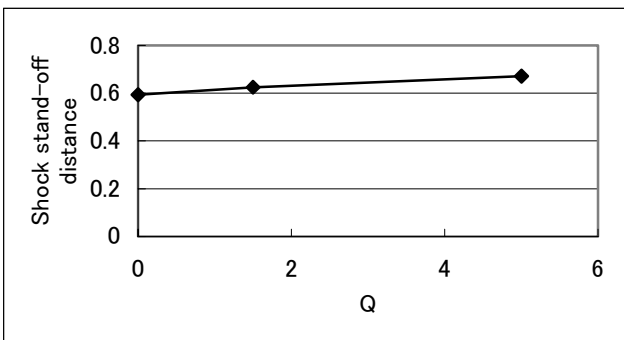


Fig. 10 Shock stand-off distance

磁場を強くするほど衝撃波の離脱距離が増加していることがわかる。ただし、衝撃波離脱距離の増加の割合は半球の場合と比較すると小さい。我々の模型では半球の場合と比較すると形状に起因する流れの減速が大きく、磁場による減速の割合が相対的に小さくなるためと考えられる。続いて、Q を変化させて計算した、物体に流入する熱流束分布を Fig.11 に示す。図の横軸は物体表面に沿ってよどみ点から下流側に測った無次元の距離である。

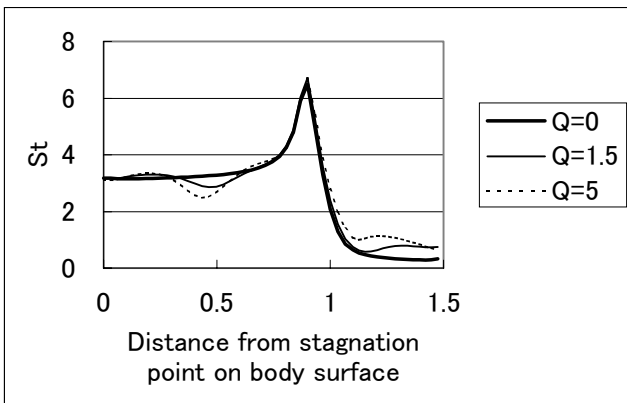


Fig.11 Heat flux distribution on body surface

物体に流入する熱流束はよどみ点ではなく、物体の角にあたる部分で著しく大きくなっていて、半球の場合と熱流束分布が著しく異なる。また、この計算では磁場の変化に対する熱流束の変化は小さい。磁場を変化させると半球の場合ではよどみ点に近くなるほど大きく熱流束が変化しているが、我々の実験条件では物体表面全体にわたってあまり熱流束の変化がない。

衝撃波離脱距離についても物体表面での熱流束分布についても、我々が予定している実験の条件では半球周りの流れの場合と比べると磁場による流れ場の変化が現れにくい傾向があるようである。物体の形状が異なることが最大の原因であると考えられるが、磁場のかけ方が異なることも原因であると思われる。ただ、熱流束分布に関しては減少の効果を見いだすのは難しいものの、衝撃波離脱距離の変化は十分観測可能であると考えられる。我々はまず今回述べた条件で実験を行い衝撃波離脱距離の変化を確認し、磁場による流れ場の制御の可能性を実験的に確かめた上で、物体表面での熱流束を減少させることができるような磁場のかけ方をシミュレーション及び実験で模索すればよいものとする。

4. 結論

極超音速のプラズマ流での磁場による流れの制御の可能性を調査するために低磁気レイノルズモデルMGDコードを作成し、シミュレーション計算を行った。

半球状の物体の計算では磁場を印加することにより衝撃波離脱距離が増加し、物体表面での熱流束が減少する現象が確認でき、衝撃波離脱距離、熱流束ともに定性的にも定量的にも Poggie の結果と一致することが確認できた。このことにより、我々の計算コードは正しく機能していることが確認できた。

そして、我々が予定している実験条件での計算では磁場を印加することにより衝撃波の離脱距離が増加することが確認できた。今回の磁場配位では磁場による物体表面での熱流束の変化は小さいものの、流れ場を制御できる可能性を確認することができた。熱流束を減少させることができるような磁場のかけ方を模索することは今後の課題である。

今後、今回の見積もりをもとにして実験を行い、シミュレーション結果との比較を行っていく予定である。

参考文献

- (1) J. Poggie, D. V. Gaintode, Computational Studies of Magnetic Control in Hypersonic Flow, AIAA2001-0196 .
- (2) Yu. P. Golovachov, Yu. A. Kurakin, A. A. Schmidt, D. M. Van Wie, Numerical Investigation of Non-Equilibrium MGD Flows in Supersonic Intakes, AIAA2001-2883.
- (3) Y. WADA, M. S. Liou, A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities, AIAA94-0083.
- (4) 滝澤勇二, 再突入熱環境試験装置の試作と特性試験, 東京大学大学院修士論文, 2001.
- (5) K. Fujita, Arc Column Behavior and Heat Loss Mechanism in a DC Arcjet Thruster, 東京大学大学院博士論文, 1994.
- (6) リーマン, ロシュコ, 気体力学, 吉岡書店, 1960.
- (7) F. F. Chen, プラズマ物理学入門, 丸善, 1977.
- (8) 田中基彦, 西川恭治, 高温プラズマの物理学, 丸善, 1991.
- (9) 藤井孝蔵, 流体力学の数値計算法, 東京大学出版会, 1994.
- (10) J. C. Tannehill, D. A. Anderson, R H. Plecher, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer 2nd ed. , Taylor & Francis, 1997.
- (11) 平野博之, 流れの数値計算と可視化, 丸善, 2001.