

3次元不足膨張噴流が衝突する平板の圧力分布について Numerical Analysis of an Underexpanded Jet Impinging on a Flat Plate

徳永圭一郎, 青学・院, 宇宙研特別研究員, 〒157-8572 世田谷区千歳台 6-16-1, E-mail: toku@cow.me.aoyama.ac.jp
 藤井孝藏, 宇宙研, 〒229-8510 神奈川県相模原市由野台 3-1-1, E-mail: fujii@flab.eng.isas.ac.jp
 林光一, 青学・理工, 〒157-8572 東京都世田谷区千歳台 6-16-1, E-mail: hayashi@me.aoyama.ac.jp
 Keiichiro TOKUNAGA, Aoyama Gakuin University, 6-16-1 Chitosedai, Setagaya, Tokyo 157-8572
 Kozo FUJII, The Institute of Space and Astronautical Science, Sagami-hara, Kanagawa, JAPAN 229-8510
 A. Koichi HAYASHI, Aoyama Gakuin University, 6-16-1 Chitosedai, Setagaya, Tokyo 157-8572

An impingement of the three-dimensional supersonic jet on an inclined flat plate is numerically simulated for the evaluation of the jet flow configuration and the pressure distribution on the plate. The angles of the plate and the pressure ratios (PR) are parametrically changed for this study. A stagnation bubble was captured only in the case of angle=90. The computed result shows that the maximum pressure on the plate at $\theta=60, 45$ was about 13% larger than at $\theta=90$. The result also shows that the maximum pressure was smaller for PR=2.0 than for PR=1.2.

1. はじめに

超音速噴流と偏向板や機体, 反射物などとの干渉現象は工学的にも重要な問題として古くから研究が行われている。このような干渉流れ場は噴流が衝突する平板の角度, 噴流の圧力比, ノズルの出口と平板との距離を主なパラメータとしている。これらの組み合わせによっては非常に高圧な領域を生じたり, その領域が大きな変動を起こすことが知られている。この変動を解析し, その原因を調べることは工学的に重要なことであると言える。

不足膨張噴流が垂直平板に衝突する際の概要図を Fig.1 に示す。ノズルから排出された噴流は平板に衝突するが, 圧力回復を図るため, その中間位置ぐらいで plate shock, tail shock と呼ばれる強い衝撃波を形成する。これらの衝撃波を通過して超音速まで減速した流れは, 平板に沿って再び加速し wall jet と呼ばれる流れとなって下流側へ流れていく。次に斜め平板に噴流が衝突する際の概要図を Fig.2 に示す。基本的な流れ場の構造は変わらないが, 平板に角度がついたことにより衝撃波も傾きを持つ。また, tail shock は上流側と下流側に生じ, 条件によっては上下で形状が異なるため, 前者を upper tail shock, 後者を lower tail shock と区別する。

過去に, 垂直平板に噴流が衝突するケースの数値解析は多く行われてきた。(2)しかし, 斜め平板のケースはあまり行われていない。垂直平板のケースではノズルの中心軸周りに関して対称性を仮定することで, 計算する領域を大幅に削減することが可能であるが, 斜め平板のケースでは不可能なので, 計算コストが非常に大きくなるのが原因の一つである。しかし, 最近の計算機事情を考えると, この問題に対して計算を行っていくことは十分可能であるといえる。

本研究では不足膨張噴流が平板に衝突する際の流れ場を数値計算し, 流れ場と平板上圧力分布の関係を解析する。その過程で, 平板角度と圧力比の2つのパラメータを変化させた時の基本的な流れ場を調べ, 平板上圧力分布を過去の実験と比較検討する。

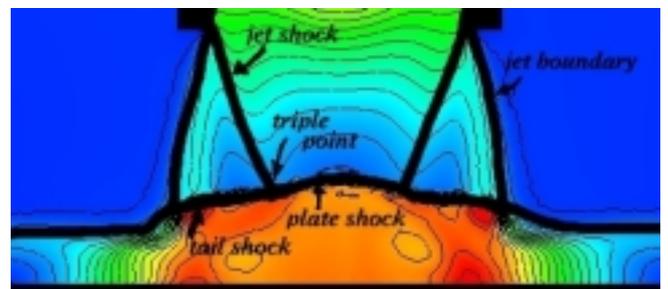


Fig. 1 Schematic diagram (PR=1.2, $\theta=90$)

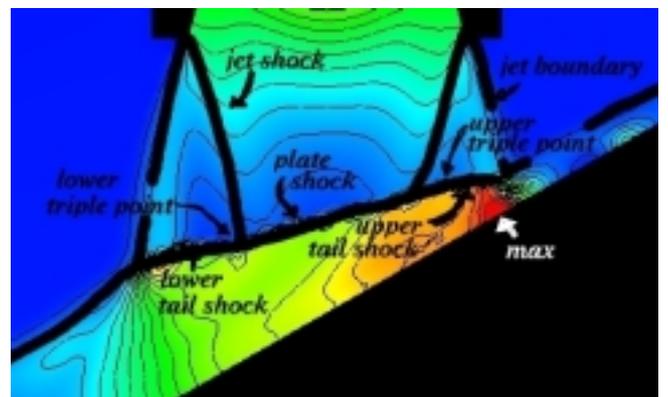


Fig. 2 Schematic diagram (PR=1.2, $\theta=60$)

2. 数値計算法

支配方程式には3次元 Euler 方程式を用い, 対流項の離散化には AUSM 系のスキームの一種である SHUS を MUSCL 法で2次精度化したものを用いる。時間積分法には3段 Runge-Kutta 法

$$\begin{cases} Q^{(1)} = \lambda_1 Q^n - \lambda_1 \frac{\Delta t}{V} R(Q^n) \\ Q^{(2)} = \lambda_2 Q^n - (1 - \lambda_2) \left(Q^{(1)} - \frac{\Delta t}{V} R(Q^n) \right) \\ Q^{n+1} = \lambda_3 Q^n - (1 - \lambda_3) \left(Q^{(2)} - \frac{\Delta t}{V} R(Q^n) \right) \end{cases}$$

を用いる。係数として, $\lambda_1=1.00$, $\lambda_2=0.75$, $\lambda_3=0.3333$ を用いる。安定条件の制限はあるがクーラン数が1以上でも計算できるスキームである。

計算格子

本研究を進めるにあたって、四面体を用いた非構造格子を使用する。各平板角度に対する格子を用意し (Fig. 3), より高解像度に噴流を捉えるため、ノズル中心軸付近では密な格子分布になっている。

計算条件

計算条件は過去に行われた Lamont らの実験⁽¹⁾に合わせたものを用いる。各変数の定義は Fig. 4 の通りである。一様流の条件をノズルのスロート部に与え、噴流を排出させる。本研究では、ノズルと平板上原点部分との距離 z_n をノズル直径 D_n と等しい位置で固定とし、圧力比 $PR=1.2, 2.0$, 平板角度 $=90, 60, 45(\text{deg})$ における計算を行う。また、ノズル出口に置けるマッハ数は 2.2 である。

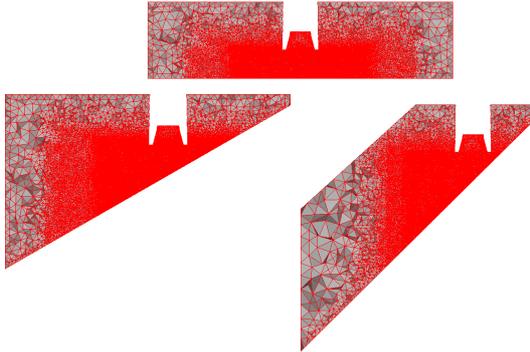


Fig. 3 Grid for each angle case

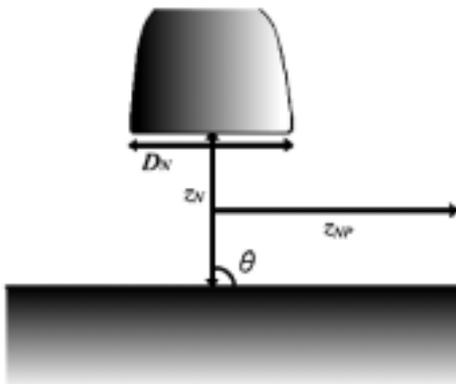


Fig. 4 Nomenclature

3. 計算結果

はじめに、圧力比 $PR=1.2$ について述べていく。平板角度を変化させた時の平板上圧力分布のグラフを Fig. 5 に示す。尚、縦軸は圧力をチャンバー圧で無次元化したもの、横軸はノズル中心軸からの距離をノズル直径で無次元化したものである。また、今回扱う現象は非定常性があるため、時間精度を持たせ十分に計算を行った後、時間平均した結果を示す。
 $=90$ のケースに比べると、 $=60, 45$ が減少したケースでは最高圧力値が大きくなり、その位置も上流側へ移動していることがわかる。

PR=1.2

$=90$ ケースの実験と今回の数値計算の平板上圧力分布と流れ場のマッハ数コンターを Figs. 6, 7 に示す。尚、Fig. 6 の平板上圧力分布グラフには比較のために他の平板角度のプロットも載せている (他のケースも同様に細いプロットで表すことにする)。平板上圧力分布に関して今回の計算によるプロットと実験によるプロットを比較してみると、全体の傾

向をよく捉えており、圧力ピークの値もほぼ一致している。マッハ数コンターを見ると、衝撃波を通過した流れは減速され、衝撃波と平板との間に三角形の亜音速領域を形成しているのがわかる。この領域の瞬間的な流線を Fig. 8 に示す。亜音速領域では循環領域を生じていることがわかる。これにより、淀み点が 2 点 (実際には円状) 生じている。この淀み点の存在により平板上圧力分布にも圧力ピークが 2 点生じていると考えられる。つまり、このケースでは圧力ピークが 2 点存在し、その原因は循環領域の存在であるといえる。また、計算において正確な軸対称性は維持されないが、大きく軸対称性が崩れることはないことがわかる。

$=60$ ケースにおける実験と計算の平板上圧力分布とマッハ数コンターを Figs. 9, 10 に示す。平板上圧力分布に関して今回の計算と実験を比較すると、最高圧力値を約 12% 低く評価しているが全体の傾向をよく捉えられているといえる。また、マッハ数コンターを見ると、平板角度がついたことにより衝撃波も傾きを持っていることがわかる。 $=90$ のときと同様に亜音速領域の流線を見てみると (Fig. 11), 循環領域は存在せず、単一的な流れになっていることがわかる。これにより淀み点が 1 点存在し、その位置で最高圧力点となっている。つまり、このケースでは圧力ピークが 1 点存在し、その原因は淀み点の存在であるといえる。

$=45$ のケースにおける平板上圧力分布とマッハ数コンターを Figs. 12, 13 に示す。平板上圧力分布を見ると、最高圧力値を約 15% 低く評価しているが、全体の傾向はよく捉えているといえる。マッハ数コンターを見てみると、衝撃波はより大きな傾きを持っており、前のケースでは存在しなかった衝撃波が plate shock, tail shock と平板との間に存在している。これは、plate shock や tail shock が大きな角度を持つことにより、これらの衝撃波を通過した流れが十分に減速せず、平板に衝突した後も超音速の流れのままであることが原因であると考えられる。この内部衝撃波による圧力回復が Fig. 12 の $z/D_n=-1$ 辺りでの圧力ピークを生じさせていると考えられる。また、亜音速領域の流線を見てみると (Fig. 14) upper tail shock を通過した流れは単一的に流れ、平板に衝突したあと下流へと流れている。これにより淀み点は 1 点存在し、その位置において最高圧力点となっている。つまり、このケースでは圧力ピークが 2 点存在し、その原因は淀み点と内部衝撃波の存在であると考えられる。

PR=2.0

圧力比 $PR=2.0$ のケースについて述べる。Fig. 15 に各平板角度における平板上圧力分布のグラフを示す。 $PR=1.2$ のときと同様に、 $=90$ に比べて $=60, 45$ では最高圧力値が高く、その位置は上流側に移動していることがわかる。

$=90$ のケースにおける平板上圧力分布とマッハ数コンターを Figs. 16, 17 に示す。平板上圧力分布は今回の計算と実験と概ね一致している。マッハ数コンターを見てみると、圧力比が高くなったことにより噴流の直径が大きくなり、plate shock と tail shock と直線的ではなくなっている。また、 $PR=1.2$ のときと同様に亜音速領域での流線を見てみると (Fig. 18), 循環領域が存在し、これにより淀み点が 2 点存在していることがわかる。この淀み点位置で最高圧力点を示している。つまり、このケースでは圧力ピークが 2 点存在し、その原因は循環領域の存在であるといえる。

$=60$ のケースにおける平板上圧力分布とマッハ数コンターを Figs. 19, 20 に示す。今回の計算による平板上圧力分布は実験の傾向とほぼ一致しているが、 $z/D_n=-1$ 辺りで実験では存在していない圧力回復を示している。これは弱い圧縮波の存在が原因であると考えられる。また、亜音速領域の流線を見てみると (Fig. 21), 一度 upper tail shock を通過した噴流は

下流側に流れ平板に衝突する。その後、下流側に向かう流れと、再度上流側に向かう流れに分かれ、後者は循環的な経路をとって流れていく。この流れにより淀み点が 2 点存在し、その位置で圧力ピークを示している。ただし、両点での圧力値には差が生じている。これは、亜音速領域における循環的な流れが $\theta=90$ のケースで生じたような対称的な流れになっていないためであると考えられる。つまり、このケースでは圧力ピークが 3 点存在し、その原因は循環的な領域と弱い圧縮波の存在であると考えられる。

最後に $\theta=45$ のケースにおける平板上圧力分布とマッハ数コンターを Figs. 22, 23 に示す。計算による平板上圧力分布は実験と概ね一致しているが、 $z/Dn=1.5$ 辺りに存在する小さな圧力ピークを捉えられていない。また、マッハ数コンターを見てみると、lower tail shock と平板との間辺りに衝撃波を形成している。これによる圧力回復が Fig. の $z/Dn=-1$ から -2 辺りに現れている。この内部衝撃波は $PR=1.2$ のときに生じたものとは異なる原因により存在していると考えられる。この原因は現在解析中である。また、亜音速領域での流れを見てみると (Fig. 24)、単一的な流れ場により淀み点が 1 点存在している。つまり、このケースでは圧力ピークが 2 点存在し、その原因は内部衝撃波と淀み点の存在であると考えられる。

平板角度に対する圧力ピークの数とその原因を載せた表を Tab.1 に示す。 $PR=1.2, 2.0$ 共に平板角度を変化させると圧力ピークの数も変化することが分かったが、その原因は同じではなく、循環領域や内部衝撃波の存在が大きな影響力をもっていることがわかる。内部衝撃波の存在による圧力ピークが最高圧力値を超えるような大きな値をとることはないが、工学的には注目すべき現象といえる。

また、平板角度に対する圧力ピーク値とその位置を載せた表を Tab.2 に示す。 θ が減少するにつれて最高圧力点は上流側 (z/Dn のプラス方向) に移動している。また、その値は $\theta=90$ のケースに比べ他のケースでは高い値を持つ。

4. まとめ

斜め平板に衝突する不足膨張噴流の数値解析を行った。今回の数値計算により得られた結果は実験と概ね一致し、複雑な流れ場をよく捉えた。これによる平板上圧力分布も実験とよく一致した。平板上に存在する圧力ピークの数は平板角度に依存しており、今回は 1 点から 3 点存在するケースまで確認できた。これらの圧力ピークは同じ原因によって発生するとは限らず、循環領域、内部衝撃波、変則的で循環的な領域の存在が大きな要因になっていることがわかった。また、両圧力比において平板角度 θ が減少すると最高圧力点の位置は上流側へと移動し、 $\theta=90$ のケースに比べると $\theta=45, 60$ ケースでは高い圧力値を持つことが分かった。

今回は合計 6 ケースの現象を扱ったが、今後はパラメータを増やして解析を行っていく予定である。また、ノズルと平板との距離を変化させたケースに対する解析も行う予定である。

参考文献

- (1) P. J. Lamont and B. L. Hunt. "The impingement of underexpanded, axisymmetric jets on perpendicular and inclined flat plates" J. Fluid Mech. (1980), vol. 100, part 3, pp. 471-511.
- (2) 藤井孝蔵. 流体力学の数値計算法. 東京大学出版会, 1944.
- (3) 松尾一泰. 圧縮性流体力学. 理工学社, 1994.
- (4) 嶋英志, 城之内忠正. 設計における数値解析の活用について (その 12) -1 粒子的風上法とその検証-
- (5) Barth T.J. Recent developments in high order k-exact reconstruction on unstructured meshes. AIAA-93-0668, 1993.
- (6) 坪井伸幸, 林光一, 藤原俊隆, 嵐和夫, 児玉優. 平板に

衝突する超音速ジェットの数値解析及び実験. 日本航空宇宙学会誌, Vol. 46, No. 536, 1998.

- (7) V.Venkatakrishnan. Convergence to steady state solutions of the Euler equations on unstructured grids with limiters. Journal of Computational Physics, Vol. 118, pp.120-130, 1995.
- (8) Koji Miyaji. Numerical Analysis of Shock Wave Reflection and Interaction Using Unstructured Solution Adaptive Grids. PhD thesis, Univ. of Tokyo, 1997.
- (9) Barth T.J. Aspects of unstructured grids and finite-volume solvers for the Euler and Navier-Stokes equations
- (10) 徳永圭一郎, 藤井孝蔵, 林光一. 不足膨張噴流が衝突する平板上圧力分布の変動. 平成 13 年度宇宙航行の力学シンポジウム

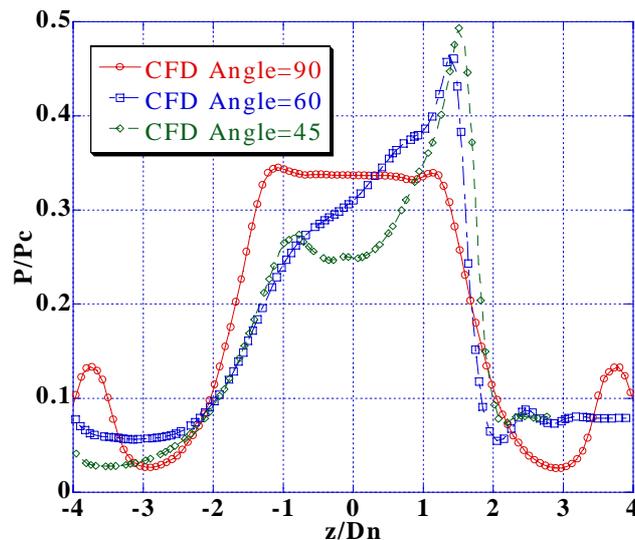


Fig. 5 Pressure distribution on the plate ($PR=1.2, \theta=90, 60, 45$)

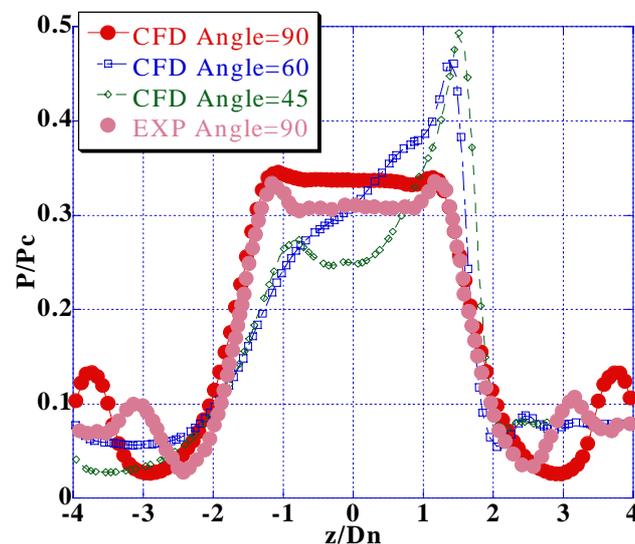


Fig. 6 Pressure distribution on the plate ($PR=1.2, \theta=90$)

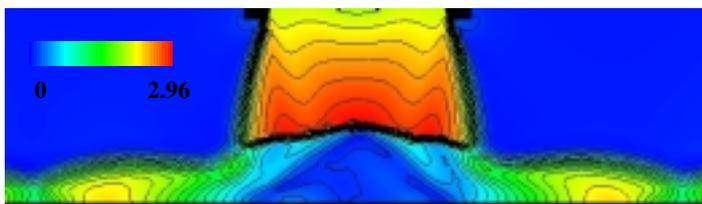


Fig. 7 Mach number contour ($PR=1.2, \theta=90$)

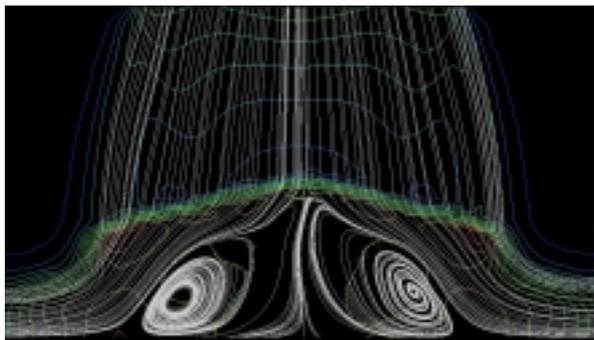


Fig. 8 Streamlines around the subsonic region (PR=1.2, angle=90)

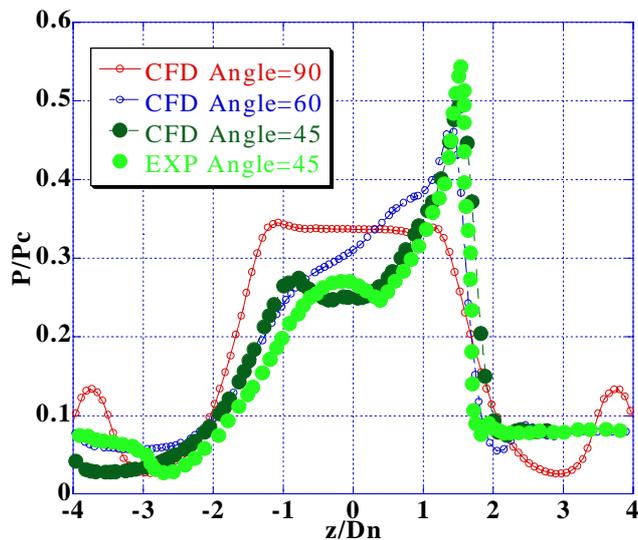


Fig. 12 Pressure distribution on the plate (PR=1.2, angle=45)

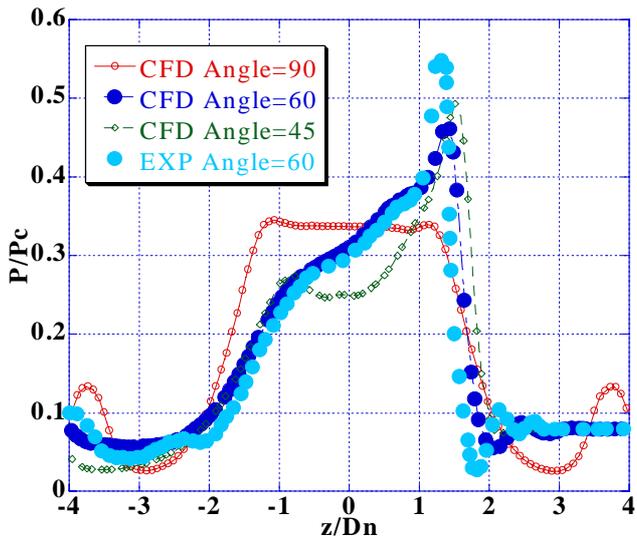


Fig. 9 Pressure distribution on the plate (PR=1.2, angle=60)

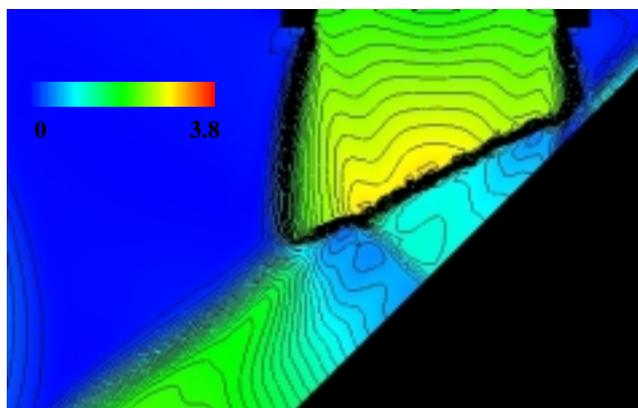


Fig. 13 Mach number contour (PR=1.2, angle=45)

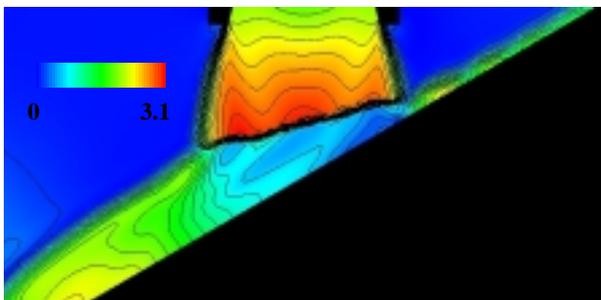


Fig. 10 Mach number contour (PR=1.2, angle=60)

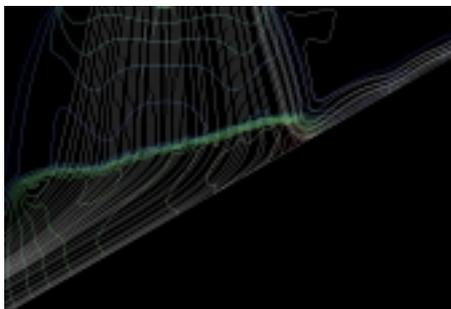


Fig. 11 Streamlines around the subsonic region (PR=1.2, angle=60)

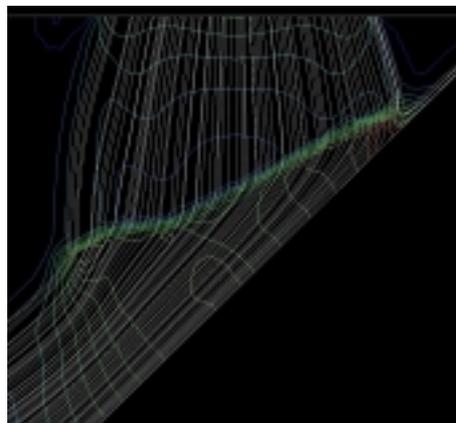


Fig. 14 Streamlines around the subsonic region (PR=1.2, angle=45)

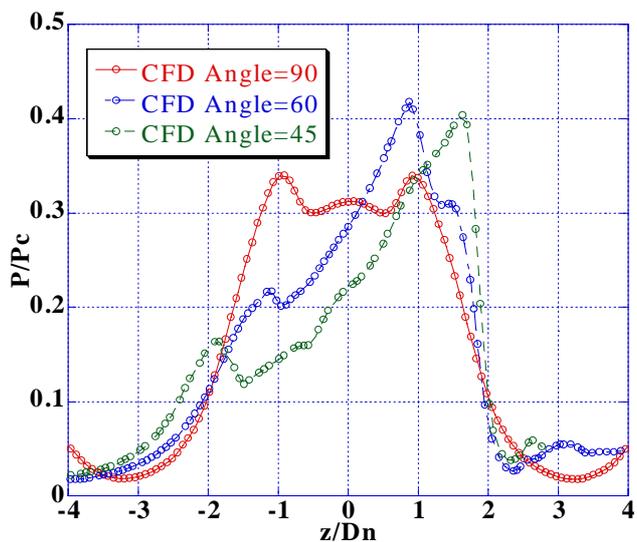


Fig. 15 Pressure distribution on the plate (PR=2.0, $\alpha=90, 60, 45$)

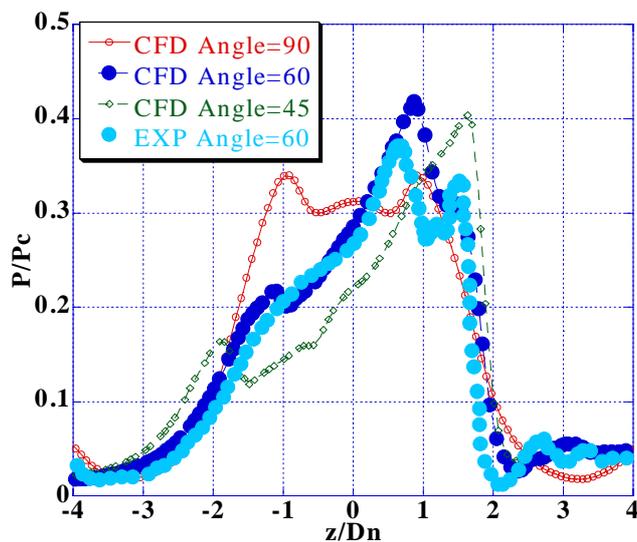


Fig. 20 Pressure distribution on the plate (PR=2.0, $\alpha=60$)

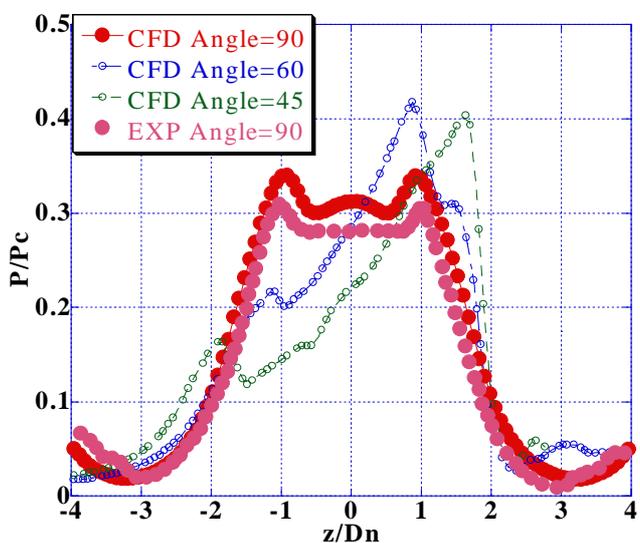


Fig. 16 Pressure distribution on the plate (PR=2.0, $\alpha=90$)

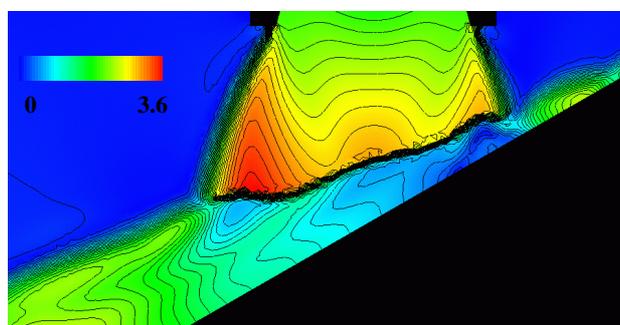


Fig. 21 Mach number contour (PR=2.0, $\alpha=60$)

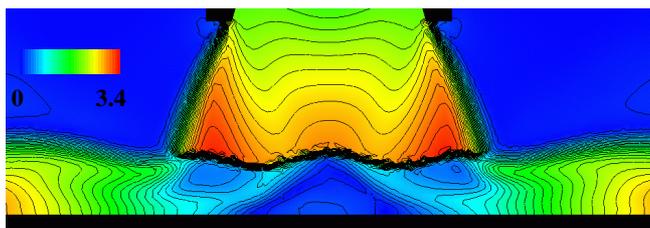


Fig. 17 Mach number contour (PR=2.0, $\alpha=90$)

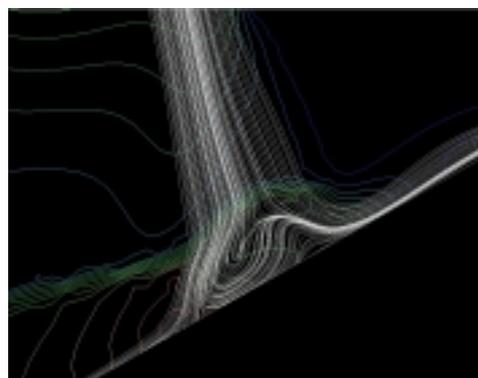


Fig. 22 Streamlines around the subsonic region (PR=2.0, $\alpha=60$)

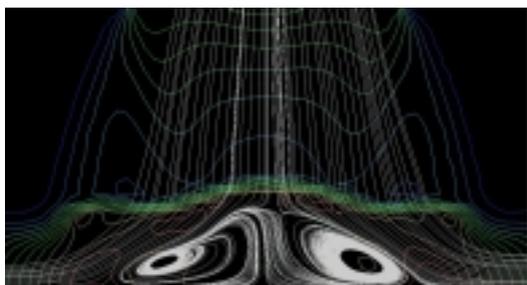


Fig. 18 Streamlines around the subsonic region (PR=2.0, $\alpha=90$)

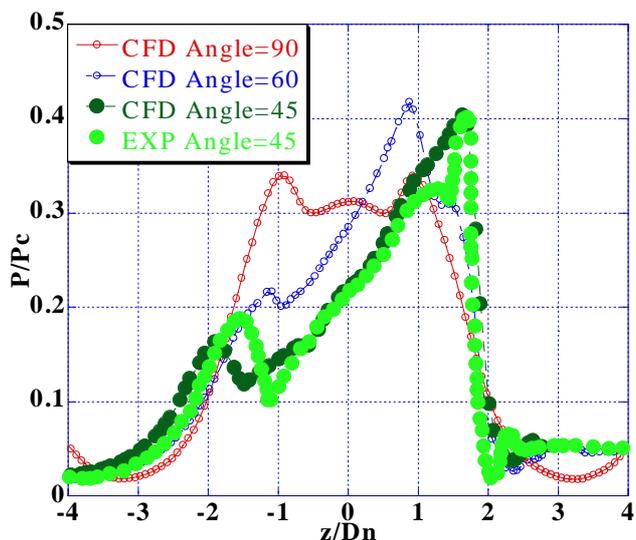


Fig. 23 Pressure distribution on the plate (PR=2.0, $\theta=45$)

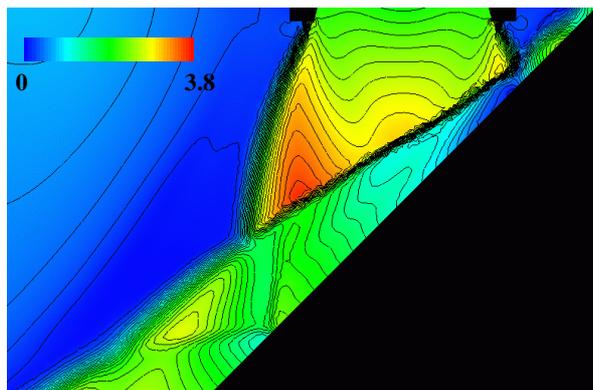


Fig. 24 Mach number contour (PR=2.0, $\theta=45$)

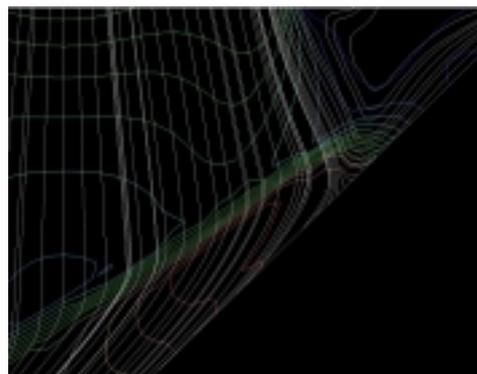


Fig. 25 Streamlines around the subsonic region (PR=2.0, $\theta=45$)

Tab. 1 Number of pressure peak on the plate and the mechanism

	平板角度	圧力ピークの数	原因
PR=1.2	$\theta=90$	2点	循環領域+単一的な流れ
	$\theta=60$	1点	単一的な流れ
	$\theta=45$	2点	内部衝撃波+単一的な流れ
PR=2.0	$\theta=90$	2点	循環領域+単一的な流れ
	$\theta=60$	3点	循環的な流れ+弱い圧縮波
	$\theta=45$	2点	内部衝撃波+単一的な流れ

Tab. 2 Value of pressure peak and the locations

	平板角度	最高圧力点の位置	最高圧力点の値
PR=1.2	$\theta=90$	$z/Dn=1.1, -1.1$	$P/Pn=0.34$
	$\theta=60$	$z/Dn=1.2$	$P/Pn=0.47$
	$\theta=45$	$z/Dn=1.5$	$P/Pn=0.50$
PR=2.0	$\theta=90$	$z/Dn=1.0, -1.0$	$P/Pn=0.33$
	$\theta=60$	$z/Dn=0.9$	$P/Pn=0.42$
	$\theta=45$	$z/Dn=1.6$	$P/Pn=0.40$