

流体・構造連成による2次元遷音速フラッター解析

<Transonic Flutter Analysis Using the Fluid/Structure Coupling Method>

寺島洋史, 東京大学大学院, 〒229-8510 神奈川県相模原市由野台 3-1-1, E-mail: terasima@flab.eng.isas.ac.jp
 藤井孝藏, 宇宙科学研究所, 〒229-8510 神奈川県相模原市由野台 3-1-1, E-mail: fujii@flab.eng.isas.ac.jp
 Hiroshi TERASHIMA, Dept. of Aeronautics and Astronautics, University of Tokyo, Sagamihara, Kanagawa, 229-8510
 Kozo FUJII, The Institute of Space and Astronautical Science, Sagamihara, Kanagawa, 229-8510

<Abstract>

The effect of numerical factors, which includes time metrics, computational region and the time accuracy are examined for the simulation of the flutter phenomena with the fluid/structure coupling method. It becomes clear that the computational region and the improvement of the time accuracy play an important role on an accurate prediction of time responses in pitch and plunge.

1. 緒言

遷音速域における翼のフラッターやパフェットといった動的不安定現象は、航空機設計や運行において重要な問題となるため、現在まで広く研究が行われている。CFDを用いることにより、遷音速域における非線形空気が予測できることから、近年の遷音速フラッター解析は流体と構造それぞれの方程式をカップリングし、時間進行法で解く連成解析が主流となってきている。この解析手法を用いて、フラッター境界値やフラッター振動数の比較・検討等が多数なされ、良い成果が挙げられてきている。(1)-(4)

しかし、このフラッター解析のように遷音速域で物体が流れに対し相対的に動く流れ場を正確にシミュレーションし、その信頼性をより向上させるためには、数値計算上の注意点・問題点を列挙し、その限界を明らかにする必要がある。

本研究では、格子移動・変形によるメトリックス、ヤコビアンの効果、外部境界範囲、そして時間精度の3点に焦点を当て、それらのフラッター解析に対する影響を明らかにし、その限界値を探っていくことを目的とする。

2. 数値計算法

2.1 流体方程式、数値解法

流体の支配方程式として、2次元 Navier-Stokes 方程式を用いた。対流項の離散化として SHUS⁽⁵⁾を用い、MUSCL 法により高次精度化を行う。時間積分には LU-SGS 陰解法⁽⁶⁾を用いた。乱流モデルは Baldwin-Lomax モデル⁽⁷⁾を適用した。外部境界条件は、流入が一様流固定、流出は静圧が一様流に回復、その他は外挿する条件を用いた。

2.1.1 メトリックス、ヤコビアン

格子移動・変形による影響を調べるために、非保存型そして保存型のメトリックス、ヤコビアン⁽⁸⁾をそれぞれ用いた。格子の移動・変形の効果は反変速度に含まれて、次のように導入される(ここでは 方向のみを考える)

$$(U/J)_{j,k}^n = (\xi_t/J)_{j,k}^n + (\xi_x/J)_{j,k}^n u + (\xi_y/J)_{j,k}^n v \quad (1)$$

ここで非保存型の時間方向メトリックスは、

$$\begin{aligned} (\xi_t/J)_{j,k}^n = & \\ & -(\xi_x/J)_{j,k}^n (x^{n+1} - x^n)/\Delta t - (\xi_y/J)_{j,k}^n (y^{n+1} - y^n)/\Delta t \end{aligned} \quad (2)$$

と評価し、空間メトリックスとヤコビアンはそれぞれ各時間 step でのセルの辺の長さとしてセル面積となる。一方で保存型の時間方向メトリックス、ヤコビアンは時空間3次元で評価し、以下のように求められる (Fig. 1)

$$\begin{aligned} (\xi_t/J)_{j,k}^n \Delta \eta \cdot \Delta t = & 1/2 [1/2(\bar{r}_1 \times \bar{r}_2)] \\ (1/J)_{j,k}^{n+1} - (1/J)_{j,k}^n = & -1/2 \Delta \xi [(\xi_t/J)_{j+1,k}^n - (\xi_t/J)_{j-1,k}^n] \\ & -1/2 \Delta \eta [(\eta_t/J)_{j,k+1}^n - (\eta_t/J)_{j,k-1}^n] \end{aligned} \quad (3)$$

空間メトリックスは(n)-step での辺の長さとして(n+1)-step での辺の長さの平均として評価する (Fig. 1 左上図)

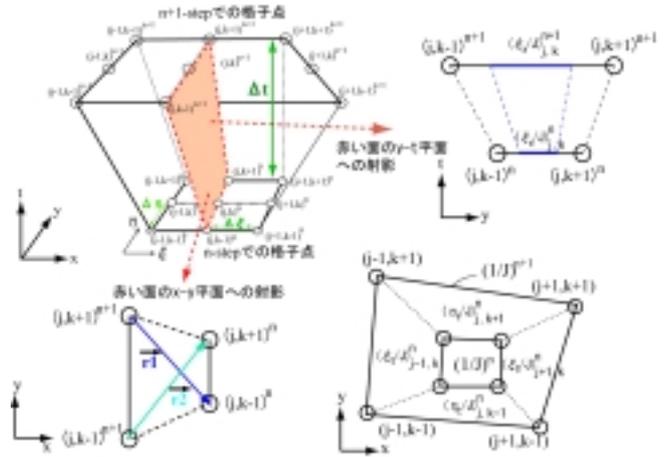


Fig. 1 Metrics and Jacobian for two-dimensions.

2.1.2 時間積分における内部反復法

本研究では、内部反復法を用いることで時間精度を確保している。支配方程式に対して、時間項を Euler 陰解法で離散化し、(n)-step と(n+1)-step の間に内部反復(回数を(m)で表す)を導入すると(粘性項を除き、1次元で一般曲線座標表記とする)

$$\begin{aligned} \left(I + J^{(m)} \Delta t \frac{\partial}{\partial \xi} \hat{A} \frac{1}{J} \right)^{(m-1)} \Delta Q^{(m)} = & -J^{(m)} \left(\frac{Q^{(m-1)}}{J^{(m-1)}} - \frac{Q^n}{J^n} \right) \\ & - J^{(m)} \Delta t \left(\frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} \right)^{(m-1)} - J^{(m)} \left(\frac{Q^{(m-1)}}{J^{(m)}} - \frac{Q^{(m-1)}}{J^{(m-1)}} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

となる。 \hat{A} は流束ヤコビアンで $\hat{A} = \partial \hat{E} / \partial \hat{Q}$ である。式(4)右辺第3項は、格子の移動・変形を考慮したことにより生じる項である。内部反復中は式(4)におけるヤコビアンの変化はないとして($J^{(m)} \approx J^{(m-1)} \approx J^n$)

$$\left(I + \Delta t \frac{\partial}{\partial \xi} \hat{A} \right) \Delta \hat{Q}^{(m)} = -\Delta t \left(\frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} \right)^{(m-1)} - (\hat{Q}^{(m-1)} - \hat{Q}^n) \quad (5)$$

により計算を進行する。そして内部反復の最終回では式(4)において、 $J^{(m)} \approx J^{n+1}$ として $J^{(m-1)} \approx J^n$ として計算を進行していく。

ここで、式(5)左辺において $\Delta \hat{Q}^{(m)} \rightarrow 0$ となったとすると、式(5)右辺すなわち非定常 Navier-Stokes 方程式が満たされたことになる。内部反復が収束しさえすれば、左辺での対角化や因子化に関わらず、完全な時間1次精度が確保される。本計算では、

1. 内部反復なし (No-I)
2. Euler 陰解法 + 内部反復(m)回 (E-(m)I)の時間積分法を適用した。

2.2 構造方程式、数値解法

Figure 2 に典型的な後退翼の断面をモデル化した構造モデルを示す。構造モデルは上下運動 h (下向きが正とする) と回転運動 α (頭上げが正) の2自由度系であり、支配方程式は次式ようになる。^{(1), (9)}

$$m\ddot{h} + S_\alpha \ddot{\alpha} + c_h \dot{h} + k_h h = -L \quad (6)$$

$$S_\alpha \ddot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + c_\alpha \dot{\alpha} + k_\alpha \alpha = M$$

ここで、 m は単位長さ当たりの質量、 $S_\alpha (= mbx_\alpha)$ は弾性軸周りの静的モーメント、 $I_\alpha (= mb^2 r_\alpha^2)$ は弾性軸周りの慣性モーメント、 c_h と c_α は構造減衰係数、 $k_h (= m\omega_h^2)$ と $k_\alpha (= m\omega_\alpha^2)$ はそれぞれ h -運動(曲げ)、 α -運動(捩り)のバネ剛性、そして L は揚力(上向き正)、 M は弾性軸周りのモーメント(頭上げ正)を表している。 ω_h 、 ω_α はそれぞれ h -運動もしくは α -運動のみを行わせたときの角振動数である。

式(6)に対して、上下変位(長さ) h は半翼弦長 b により $\bar{h} = h/b$ 、時間は ω_α により $\tau = \omega_\alpha t$ として無次元化を行い、行列の形式でまとめると、

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\} \quad (7)$$

ここで、

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} (\omega_h/\omega_\alpha)^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} \bar{h} \\ \alpha \end{Bmatrix}, \quad \{Q\} = \frac{V_\infty^2}{\pi} \begin{Bmatrix} -C_L \\ 2C_m \end{Bmatrix}$$

本研究では構造による減衰は考えず $c_h = c_\alpha = 0$ とした。 x_α と r_α^2 はそれぞれ静的質量不均衡、慣性性能率と呼ばれるものである。また、ここに

$$V_\infty^* = \frac{U_\infty}{b\omega_\alpha \sqrt{\mu}}, \quad \mu = \frac{\rho_\infty}{mb^2} \quad (9)$$

であり、 V_∞^* は Speed-Index としてフラッター境界の判断に使うものである。 U_∞ と ρ_∞ は一様流速度と密度を表し、 μ は質量比となる。

構造側の解法は、式(7)に対して4段階 Runge-Kutta 法を時間積分として用いた。但し各段階での空気力 C_L と C_m は一定であると仮定した。

2.3 連成手法

流体側と構造側の連成はそれぞれの方程式を交互に解き進める Loosely Coupling 手法を用いた。連成解析は次のように進められる。

- まず流体側で定常計算を行う。その後、ある初期変位

を与え、流体計算を行い C_L と C_m を求める。

- その情報を構造方程式(7)(8)の空気力に代入し、構造計算を行い、新しい変位 h と α を求める。
- 新しい変位のもと、格子を再生成し、再び流体計算を行う。以上のプロセスが繰り返される。

このプロセスにおいて、流体側と構造側での無次元量が違うために物理量の変換が必要になる。本研究では、流体側が長さを翼弦長 c 、時間を翼弦長 c と音速 a_∞ とから c/a_∞ により、構造側が長さを半翼弦長 $b (= c/2)$ 、時間を α -運動の角振動数 ω_α によりそれぞれ無次元化を行っている。これらを考慮し、実際の長さや時間が互いに同じであるという条件を課せば、

$$h_{structure} = 2H_{fluid}, \quad \Delta\tau_{structure} = \frac{2M_\infty}{V_\infty \sqrt{\mu}} \Delta t_{fluid} \quad (10)$$

という関係式が導き出され、例えば流体側での長さは構造側に代入するときは2倍する必要があり、構造側から流体側へ戻るときには半分に変換する必要がある。

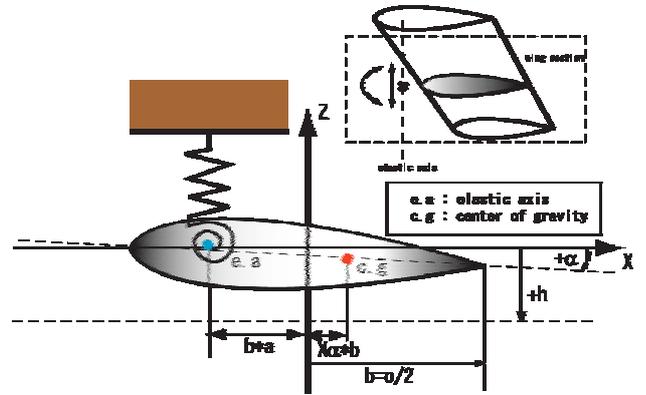


Fig. 2 Two-degree-of-freedom typical section wing model.

3. 計算結果と考察

3.1 計算条件、格子移動方法

数多くの数値計算例が示されている Isogai の case A と呼ばれる条件⁽¹⁾でフラッターシミュレーションを行った。式(8)と Fig. 2 における構造パラメータは $x_\alpha = 1.8$ 、 $r_\alpha^2 = 3.48$ 、 $a = -2.0$ 、 $\mu = 60$ 、 $\omega_h = \omega_\alpha = 100$ [rad/sec]、そして平均迎え角は $\alpha_m = 0$ (deg) と与える。 $a = -2.0$ であることから、このモデルの弾性軸は翼型前縁の半翼弦長分前方に位置しており、その他の構造パラメータは、翼型の動きが3次元後退翼のある断面の動きに相当するよう、うまく設定されている。

翼の断面は NACA64A010 翼型であり、用いた計算格子を Fig. 3 に示す。C型格子を用いており、格子点数は 273×131 点である。フラッターの計算では、使用する格子は翼型の動きに合わせて、時間 step ごとに变化、移動させなければならない。本研究ではこの格子の移動方法として、Nakamichi の方法⁽¹⁰⁾を用いた。この方法では、翼型表面およびその近傍は翼型の動きに合わせて動かし、外部境界は常に静止させる。そして、その間にある格子は翼型表面から離れるにつれ、その動きがゆるやかに減衰するような関数を用いて格子を生成する。

全ての計算において、構造側の初期条件は $\bar{h} = 0.01$ と与え、その他の値は $\dot{\bar{h}} = \dot{\alpha} = 0$ とした。また、流体側で用いた時間刻み幅 t は翼弦長 c を基準長として 0.01 、レイノルズ数は 6.6×10^6 とした。フラッターシミュレーションではまずマッハ数 M_∞ を与えて、これら初期条件のもと、式(9)で与え

られる Speed-Index V^* をパラメータとして、いくつかの計算が行われる。それらの計算において、翼型の変位 h として α の時間履歴を見ることにより翼型の動きが安定か不安定かを調べ、その境界の Speed-Index V^* をフラッター境界速度とする。

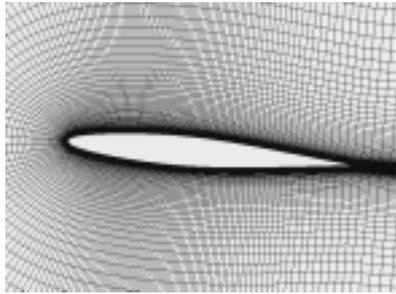


Fig. 3 Computational grid.

3.2 格子の移動・変形による影響

まず、格子の移動・変形による影響を 2.1.1 節で説明を行った非保存型そして保存型のメトリックス、ヤコビアンを用いて調べてみた。ここで用いた条件は、マッハ数 M_∞ が 0.825、Speed-Index V^* が 0.9 とした。また、時間積分における内部反復はとりえずここでは 3 回行った。Figure 4 に翼型の時間応答履歴を示す。縦軸が上下変位 \bar{h} とピッチング変位 $\bar{\alpha}$ 、横軸が実時間を表している。図を見ると、翼型の時間応答履歴が発散傾向を示しており、用いた Speed-Index の値はフラッター境界速度を越えていることがわかる。非保存型そして保存型のメトリックス、ヤコビアンの影響を見ると、翼型の上下変位 \bar{h} やピッチング変位 $\bar{\alpha}$ が大きくなるにつれ、両者の結果に僅かではあるが、違いが生じていくことがわかる。これは、各時間 step 間におけるセル移動面積もしくはセル変形面積の変化が大きくなっていくためであり、さらなる大変形が伴う場合はこれらの影響は増すと考えられる。しかし、本計算における変形範囲内において、非保存型そして保存型のメトリックス、ヤコビアンの考慮が、フラッター境界速度を変えるような振幅の大きさや位相の違いを生じないことがわかった。

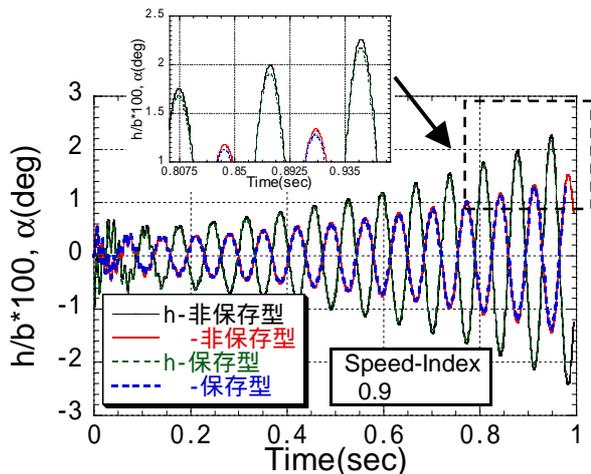


Fig. 4 The effect of the temporal metrics and the jacobian.

3.3 外部境界範囲の影響

次に外部境界範囲による影響について調べてみた。外部境界範囲は翼型前縁を中心に翼型の 10 (ou10) 17 (ou17) 22 (ou22) そして 26 (ou26) 倍の距離をそれぞれ取った。ここで用いた条件は、マッハ数 M_∞ が 0.825、Speed-Index V^* が 0.75

とした。先ほどと同様に時間積分での内部反復回数は 3 回で、保存型のメトリックス、ヤコビアンを用いた。Figure 5 に翼型の時間応答履歴を示す。縦軸が上下変位 \bar{h} 、横軸が実時間を表している。広い外部境界範囲の結果 (ou22, ou26) を見るとほぼ同じ時間応答履歴を示しており、20 倍強の外部境界範囲を取れば良いことがわかる。一方で比較的狭い境界範囲 (ou10, ou17) の結果を見ると、外部境界範囲 10 倍 (ou10) の時間応答履歴は、本来若干発散応答であるにも関わらず、収束応答を示していることがわかる。さらに 17 倍 (ou17) 程度の範囲を取っても、その時間応答履歴は誤ったものとなり、外部境界範囲の考慮が非常に重要であることがわかる。

また、この計算例における変位 \bar{h} はそれほど大きなものではなく、物体の振動による擾乱の変動は小さいと考えられる。ゆえにさらなる大変形における外部境界範囲の影響は今回以上のものになる予想される。外部境界範囲を大きく取るとは、格子点数がさほど増えるわけではないので、できる限り外部境界範囲を取るとは有効である。

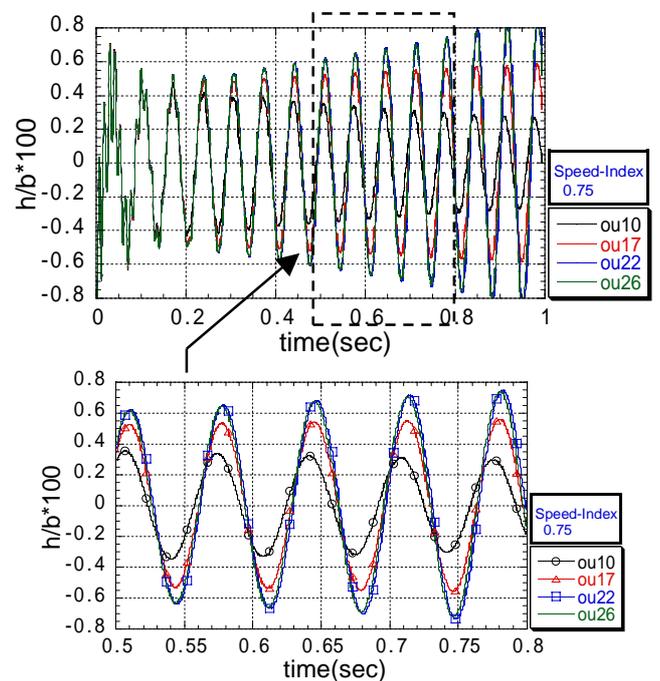


Fig.5 The effect of the outer boundary regions.

3.4 時間精度の影響

ここで用いた時間積分法は、前節まで用いてきた 3 回の内部反復 (E-3I) 以外に内部反復なし (No-I)、内部反復 6 回 (E-6I)、10 回 (E-10I) による計算を行った。保存型のメトリックス、ヤコビアン、そして翼弦長 30 倍の外部境界範囲を用いる。ここで用いた条件は 3.3 節と同様にマッハ数 M_∞ が 0.825、Speed-Index V^* が 0.75 である。Figure 6 に翼型の時間応答履歴を示す。縦軸が上下変位 \bar{h} 、横軸が実時間を表している。図を見ると、時間精度を高めること、すなわち内部反復回数を増加させることによって時間応答履歴が変化していくことがわかる。時間精度が実質ない No-I の結果は他の計算結果と大きく違い、その時間履歴応答は発散傾向を示し、明らかに誤った応答を生じる。さらに内部反復 3, 6 回 (E-3I, E-6I) でも位相のずれが生じており、十分とは言えない。より正確な時間応答履歴のためには、10 回 (E-10I) 程度の内部反復が必要であることがわかる。この内部反復回数は今回使用した時間 step 幅が $\Delta t = 0.01$ 、壁面付近の最大 CFL 数が約 1,000 のオーダーであるために必要となったものと考えら

れる。非定常計算の陰解法適用限度としては、内部反復を使用しない場合で最大 CFL 数を 1 近くにしなければならない。もし、本計算例において内部反復なしで最大 CFL 数を 1 にするならば、時間 step 幅は $\Delta t = 1e-5$ 程度となり、非現実的な計算となる。

時間精度を保つためには、時間 step 幅をできる限り小さくすれば良いが、計算コストと精度の面でバランスの良い時間 step 幅の指標は明確でない。その点において今回用いた内部反復法は非常に有効と考えられ、実際に今回の結果から反復回数を増すにつれ、時間応答履歴は改善の傾向に向かうことから、その重要性が示される。

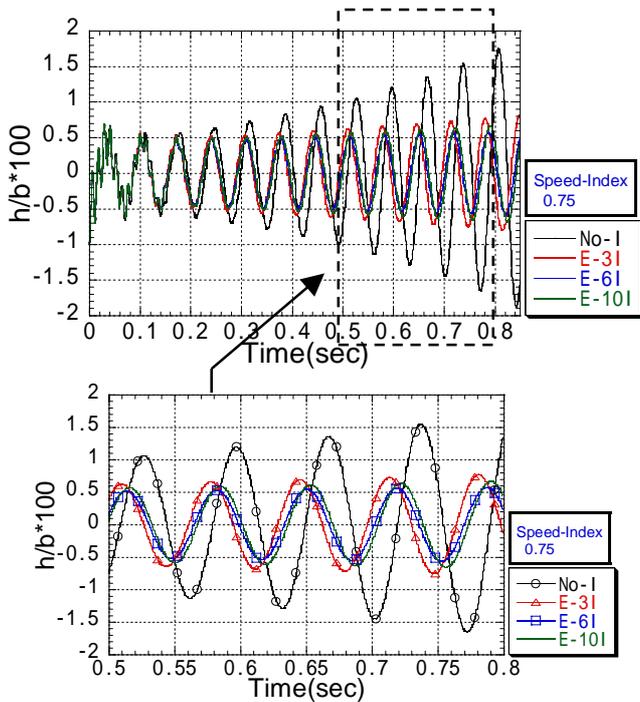


Fig.6 The effect of the time accuracy.

3.5 フラッター境界

3.2~3.4 節の結果を踏まえて、保存型のメトリクスとヤコビアン、外部境界範囲 30 倍、そして内部反復回数 10 回を使用して、フラッター境界速度を求めた。マッハ数 $M_\infty = 0.75 \sim 0.95$ の範囲で 9 ケースのフラッター境界速度を調べた。Figure 7 に他者の計算結果と共に本計算結果を示す。本計算結果は Bohbot らの結果⁽⁴⁾と各マッハ数 M_∞ において良く一致しており、精度良いフラッター境界速度と遷音速 Dip を求めることができていると言える。Nakamichi の結果⁽¹¹⁾との比較ではマッハ数 M_∞ が 0.85、0.90 においてフラッター境界値に差が見られる。これは格子数や時間積分法の違いによるものと考えられる。同様に他者の計算結果とともにフラッター振動数を Fig. 8 に示した。今回用いた構造モデルを解析的に考えると、式(7)の固有値は設定した条件において、0.7134 と 5.3377 となる。つまり、過去の研究⁽¹⁾において示されているように、マッハ数 $M_\infty = 0.825$ すなわち遷音速 Dip の底では、そのフラッター振動数は 1 次モードの振動数 0.7134 にほぼ一致しており、1 自由度のフラッターが起きていることがわかる。

4. まとめ

流体・構造連成手法によって、2 次元遷音速フラッター解析を行い、数値計算上の注意点や問題点を調べた。本研究程度

の物体変形では、メトリクスやヤコビアン保存・非保存という考慮はそれほど問題にならないことがわかった。正確な物体の時間履歴応答を求めるためには、外部境界範囲そして時間精度に十分の注意を払う必要があることがわかった。

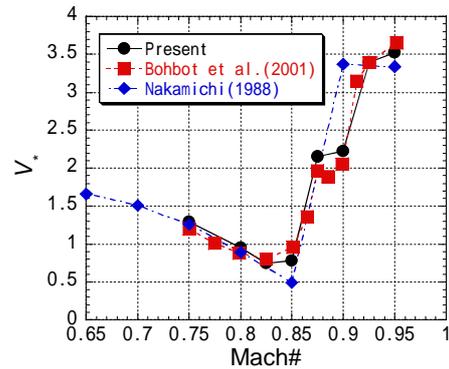


Fig. 7 flutter boundary.

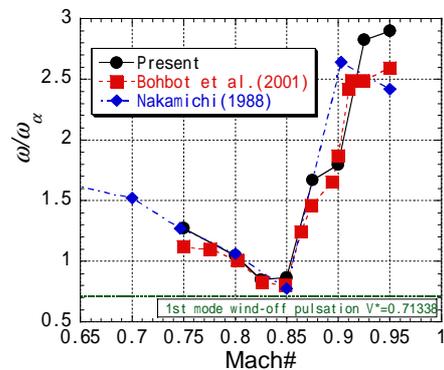


Fig. 8 flutter frequency.

参考文献

- (1) Isogai, K., "On the Transonic-Dip Mechanism of Flutter of a Sweptback Wing," *AIAA Journal*, Vol. 17, No. 7, pp. 793-795, July 1979.
- (2) Bendiksen, O. O. and Kousen, K. A., "Transonic Flutter Analysis Using the Euler Equations," *AIAA Paper* 87-0911-CP, April 1987.
- (3) Alonso, J. J. and Jameson, A., "Fully-Implicit Time-Marching Aeroelastic Solutions," *AIAA-Paper* 94-0056, 1994.
- (4) Bohbot, J. et al., "Computation of the Flutter Boundary of an Airfoil with a Parallel Navier-Stokes Solver," *AIAA-Paper* 2001-0572, 2001.
- (5) Shima, E. and Jounouchi, T., "Role of CFD in Aeronautical Engineering (No.14) - AUSM type Upwind Schemes," *Proceedings of the 14th NAL Symposium on Aircraft Computational Aerodynamics*, SP-34, Jan. 1997, pp. 7-12.
- (6) Yoon, S. and Jameson, A., "Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel Method for the Euler and Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 9, 1988, pp. 1025-1026.
- (7) Baldwin, B. S. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," *AIAA Paper* 78-257, Jan. 1978.
- (8) Tamura, Y. and Fujii, K., "Conservation Law for Moving and Transformed Grids," *AIAA paper* 93-3365-CP, 1993.
- (9) 鷲津久一郎, "空力弾性学", 応用力学講座 18, 共立出版, 東京, 1957.
- (10) Nakamichi, J., "A Verification of Unsteady Navier-Stokes Solutions Around Oscillating Airfoils," *NASA TM-88341*, Sept. 1986.
- (11) Nakamichi, J., "Some Computations of Unsteady Navier-Stokes Flow Around Oscillating Airfoil/Wing," *NAL TR* 1004R, Oct. 1988.