

植栽内熱・水分収支モデルの検証

Modeling the Budgets of Heat and Water Vapor within Vegetation:

A Verification Study

平岡久司, 京大(環境地球工), 京都市左京区吉田本町, e-mail: hra@next.gee.kyoto-u.ac.jp

Hisashi Hiraoka, Dep. of Global Environment Engineering, Kyoto University, Honmachi, Yoshida, Kyoto

In the previous paper, we proposed a model for simulating the budgets of heat, water vapor, and carbon dioxide within three-dimensional vegetation. And we applied the model to a single tree and investigated the detail of heat balance within the foliage. Then we investigated the effect of the environmental factors on the heat budget within the foliage, by varying the environmental factors. In this paper, we examined the validity of our model. We compared the results from the model with the measured data. Our model accurately estimated the measured data.

1. はじめに

都市の緑化は都市の熱環境を緩和することが知られている。しかし、現段階では、このような植栽による緩和作用を定量的に予測することは困難である。このような微気候モデルは 1960 年代に入ってから研究された。例えば、Waggoner and Reifsnnyder¹⁾, Lemon et al.²⁾, Goudriaan³⁾, Norman⁴⁾, 堀江⁵⁾, Meyers and Paw U⁶⁾, Naot and Mahrer⁷⁾, 神田と日野^{8,9)}, 吉本ら¹⁰⁾。これらの研究の中で特に、Naot and Mahrer は、植栽の微気候のモデルの構築のために、次の 5 つのサブモデルを統合した：植栽内の乱流モデル、植栽内の短波放射の伝達モデル、気孔コンダクタンスモデル、根による土壌の水分吸収モデル、土壌内での熱・水分同時移動モデル。彼らは、Wilson and Shaw¹¹⁾の植栽内乱流モデルを Mellor and Yamada の乱流モデル¹²⁾に応用し、気温、湿度の乱流モデルも作成した。彼らは、Norman⁴⁾の放射伝達モデル、Avissar et al.¹³⁾の気孔コンダクタンスモデル(これは Jarvis のモデル¹⁴⁾に相当する)そして、Philip and de Vries¹⁵⁾の土壌内の熱・水分同時移動モデルを採用した。神田と日野による NEO-SPAM モデル^{8,9)}は次のサブモデルを含む：Kondo and Akasi¹⁶⁾の乱流モデル、放射伝達モデル、堀江⁵⁾の気孔コンダクタンスモデル(Jarvis 型)、土壌内での熱・水分移動モデル、そして Herkelrath モデル¹⁷⁾を改良した根からの水分吸収モデル。吉本ら¹⁰⁾は、Harley and Tenhunen¹⁸⁾の光合成モデルを NEO-SPAM に追加した。

上記のモデルは植栽内の熱・水分収支モデルの発展に大いに寄与した。しかし、これらのモデルは、完全には 3 次元植栽には適用できない。都市の緑化による都市の熱環境の緩和を予測するためには 3 次元植栽の熱・水分収支モデルが必要になる。そのため、前報^{19,20)}では 3 次元植栽にも適用できる植栽内の熱・水分・二酸化炭素収支モデルを提案した。この研究での目的は、測定データとの比較から、前報で示したモデルを検証することである。

2. 検証方法

モデルの詳細は前報^{19,20)}で示した(Appendix, 訂正参照)。Naot and Mahrer⁷⁾の綿畑(高さ 1.4m)での測定データをモデルの検証のために用いた。綿は葉の両面で蒸散するため、前報^{19,20)}に示した表 2 は以下のように書き換える必要がある。

表 2 The balances of heat, water vapor, and CO₂ on leaves

(a) Heat exchange between leaves and the surrounding air

$$a(Q_{PAR} + Q_{NIR} + R_{net}) = a(H + l_v E + H_{vap} + H_{O_2} - H_{CO_2}), \quad (1)$$

$$\text{where } H = 2h_c(T_l - \Theta), \quad H_{vap} = C_p^{vap}(T_l - \Theta)E,$$

$$H_{O_2} = C_p^{O_2}(T_l - \Theta)A_n, \quad H_{CO_2} = C_p^{CO_2}(T_l - \Theta)A_n.$$

(b) Water vapor flux

$$\frac{E}{2} = g_s \left(\frac{e_s(T_l)}{P_0} - c_s^{vapor} \right) = \alpha_v \frac{P_0}{R(\Theta + 273.15)} (c_s^{vapor} - c_a^{vapor}), \quad (2)$$

$$\text{where } c_a^{vapor} \approx q/0.622.$$

(c) Photosynthetic rate

$$\frac{A_n}{2} = \alpha_c \frac{P_0}{R(\Theta + 273.15)} (c_a^{CO_2} - c_s^{CO_2}) = \frac{g_s}{1.6} (c_s^{CO_2} - c_i^{CO_2}), \quad (3)$$

$$\text{where } c_a^{CO_2} = C \frac{R(\Theta + 273.15)}{P_0}.$$

$$\text{We assumed that } \alpha_v = \alpha_c = h_c / (\rho c_p)$$

$$\text{and that } h_c = 6.79 + 5.99u \text{ (Daudet et al.}^{21)})$$

測定場所は Gilgal (死海の北約 25Km, Jordan 谷に位置する)。測定日時は 1987 年 8 月 18 日(午前 1 時)から 20 日(午後 11 時)の 3 日間。この 3 日間は快晴である。

Naot and Mahrer は 4m の高さで、水平面全天日射量、気温、風速(絶対値)、比湿を測定している。今回はこれらを上端の境界条件とした。水平面全天日射量は、太陽高度、大気透過率、Bouguer の式、Berlarge の式を用いて、法線面直達日射と拡散日射に分離した。法線面直達日射量は Bouguer の式を用いて、以下のように表される。

$$I_D = I_0 P^{\cos ec(h)}$$

ここで、 I_D は法線面直達日射量[W/m²]、 I_0 は太陽定数(1353[W/m²])、 P は大気透過率、 h は太陽高度を示す。

太陽高度は、Gilgal の緯度、経度、そして時刻から求めた。拡散日射量は (I_s [W/m²]) は、次の Berlarge の式を用いて求めた。

$$I_s = 0.5I_0 \sin(h)(1 - P) \left(1 - P^{\cos ec(h)} \right) / \left(1 - 1.4 \log_e P \right)$$

上記 2 式より、水平面全天日射量が計算値と測定値とが一致するように、大気透過率を決定した。法線面直達日射と拡散日射に対する PAR と NIR は、Ross のテキスト²²⁾の図 42 と図 43 の PAR conversion factor 値を用いて決定した。

下向き大気放射量 (L [W/m²]) (長波放射) の測定データは無かったため、4m 高さでの気温と比湿のデータを用いて、Brunt の式 (次式) から求めた。

$$L = \left(0.51 + 0.066\sqrt{e} \right) \sigma (\Theta_0 + 273.15)^4$$

ここで、 e は水蒸気圧 [hPa]、 Θ_0 は気温 [C] である。また、二酸化炭素濃度は測定されていないため、高さ 4m で 340 [μmol/mol] (3 日間一定) のモル分率を与えた。

次に地表面の境界条件について示す。地表面温度は測定されていないため、地上 0.1m での気温を地表面温度とした。従って、地上 0.1m から地表面までの平均気温の式は計算していない。地表面から地上 0.1m までの気温は等温としている。湿度は断湿、風速はゼロとした。土壌呼吸に関しては、Thorgeirsson and Soegaar²³⁾の実験式を用いた^{注1)}。

個葉の透過率は 0.1(PAR), 0.3(NIR)、反射率は 0.1(PAR), 0.4(NIR)とした。これらの値の各平均は、Naot and Mahrer の個葉の透過率と反射率に一致するようにしている。Naot and Mahrer は葉の重み付き平均角度を 85 度としている。しかし、(1) Ross の綿畑での消散係数の測定²²⁾では、消散係数は太陽高度にそれ程依存しない、(2) 植物図鑑などから綿の葉の図をみる限りでは、葉の角度は直立型ではなく種々の角度をしている、以上 2 点から、葉の向きは確率は uniform 型とした。

このモデルでは、気孔コンダクタンスモデルは、Collatz, et al.²⁴⁾のモデルを採用している。この気孔コンダクタンスモデルは、Ball の気孔コンダクタンスと光合成速度との関係式 (実験式)²⁵⁾と光合成モデルとを組み合わせている。綿に対しては、Ball の実験式に表れるパラメータ m と b の値は 8.01 と 0.03 とした。これらの値は Ball の測定による綿の値である。Collatz, et al.の光合成モデルに表れるパラメータに関しては、quantum efficiency を 0.24 (Harley, et al.²⁶⁾の綿の測定より) Rubisco capacity を 320 [μmol/m²s] とした。Naot and Mahrer が測定した気孔コンダクタンスの最大値に、Collatz, et al.の気孔コンダクタンスの最大値ができるだけ一致するように、この Rubisco capacity 値を決定した。

乱流統計量の境界条件としては、4m 高さでは、乱流工

ネルギー (k) 粘性散逸 (ϵ) とともに高さ方向の微分をゼロとした。地表面では、 k の境界条件は高さ方向の微分をゼロ、 ϵ の境界条件は次式とした。

$$\epsilon(z_1) = \left(C_D^{0.75} k(z_1)^{1.5} \right) / (\kappa_0 z_1)$$

ここで、 z_1 は地表面上の第一セル高さ、 $C_D = 0.09$ 、 κ_0 はカルマン定数。植栽内乱流モデルに表れる係数 c_{ep} は 2.5 とした。これは最適化された値である (図 1 と注 2 参照)。他のパラメータは Naot and Mahrer のものを用いた。

入力条件 (境界条件) として用いたデータは 1 時間毎のデータを読み取り、線形補間を行い、連続データとした。短波放射に関しては、前もって 1 時間毎に計算し吸収量を求めておいた。それらに線形補間を行い、連続したデータとした。Ross のモデルの計算は Schuster-Schwarzchild 近似²⁷⁾を用いた。流体部の計算は安定性解析より安定なタイムステップを算出し、そのタイムステップで非定常計算を行った。長波放射、葉面での各収支、及び気孔コンダクタンスの計算は 1 分毎に行った。これらのプログラムは乱流モデルのプログラムの中に組み込まれている。計算値は 1 時間毎に出力した。初期条件は 8 月 18 日 (午前 1 時) のデータを境界条件として定常計算し、その結果を 3 日間の計算のための初期値とした。

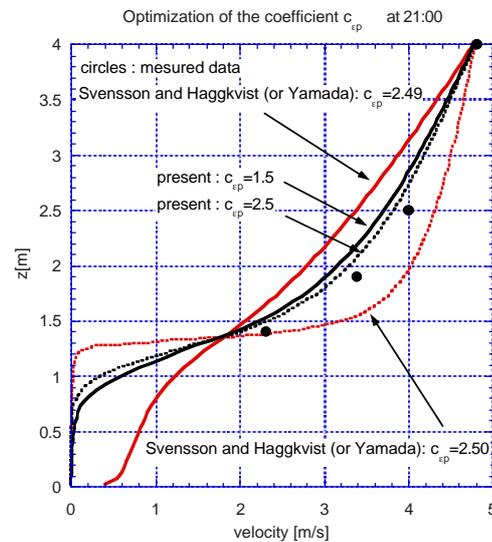


Fig. 1 Optimization of c_{ep}

3. 計算結果と測定値との比較

図 2 は 8 月 18 日 (午前 1 時) から 20 日 (午後 11 時) までの風速の測定値と計算値との比較を示す。風向が示されていないため、風向の変化を考慮した計算はできなかったが、全体として良い一致を示している。図 3 は気温の測定値と計算値との比較を示す。結果は風速の場合と同様に良い一致を示す。図 4 は正味放射量の測定値と計算値との比較を示す。結果は良い一致を示す。

Naot and Mahrer の測定では蒸発散速度も測定されているが、夜間に土壌からの比較的大きな蒸発量が観測されている。また、夜間に逆の値を示す場合もしばしばあった。そのため、蒸散速度の比較はできなかった。

以上、今回は綿用に最適化された気孔コンダクタンスモデルも熱伝達率も利用することはできなかったが、計算結果は測定値と良い一致を示した。

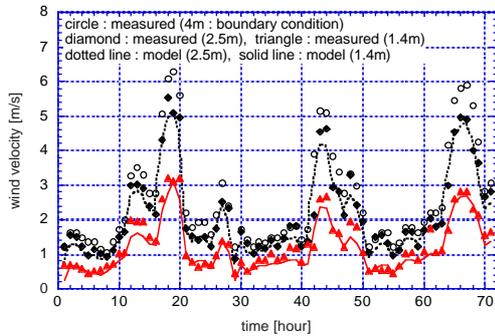


Fig. 2 Measured and calculated diurnal changes in wind velocity at the heights of 1.4m and 2.5m

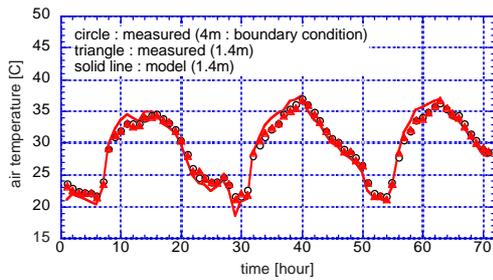


Fig. 3 Measured and calculated diurnal changes in air temperature at the height of 1.4 m

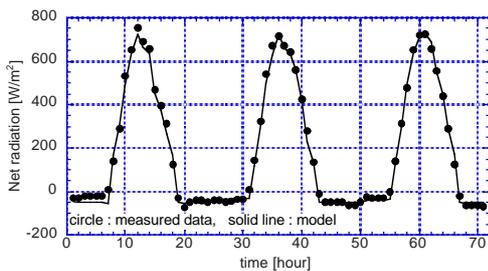


Fig. 4 Net radiant flux (measured and calculated)

4. まとめと今後の課題

前報^{19,20)}で提案した植栽の熱・水分収支モデルでの計算結果と測定データとの比較を行い、モデルの有効性を確かめた。気温形成には、気孔コンダクタンスが重要な役割を果たすことが解った。今後、土壌内の熱・水分同時移動式と根からの水分吸収モデルを組み込む必要がある。また、根呼吸、土壌呼吸モデルの開発が、土壌からの二酸化炭素の吸放出フラックスを知る上で必要である。

謝辞

日野幹雄先生からは、光合成の酵素反応に関して御教示頂いた。ここに感謝の意を表します。

Computer time was provided by the Supercomputer Laboratory, Institute of Chemical Research, Kyoto University.

[注1] Thorgeirsson and Soegaard²³⁾の土壌呼吸の実験式では、地中5cmの土壌温をパラメータとしている。Naot and Mahrerの測定では地中5cmの土壌温は測定されていない。そのため、地中10cmの土壌温をパラメータとして用いた。CO₂モル分率が300~380[μmol/mol]の範囲では二酸化炭素の変化は気孔コンダクタンスにそれ程影響を及ぼさない。

[注2] 係数 $c_{\epsilon p}$ の決定には、浮力の影響の少ない、午後9時の風速のデータを用いた。Svensson and Häggkvist²⁸⁾(或は、Yamasa²⁹⁾)のモデルの結果も図示している。彼らのモデルは、今日最も使用されている。しかし、結果は図1に示すように、係数 $c_{\epsilon p}$ の変化に過敏に反応する。この現象はWilson and Shaw¹¹⁾のデータの場合でも生じた。彼らの ϵ 式は次式で表される。

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \left(\frac{\epsilon}{k}\right) [c_{\epsilon 1} P_k + c_{\epsilon p} F_j U_j - c_{\epsilon 2} \epsilon] + DIFF[\epsilon]$$

[symbols] a : leaf area density [m²/m³], Q_{PAR} : PAR absorbed by leaves [W/m²], PAR: photosynthetically active radiation, Q_{NIR} : absorbed NIR (Near infrared radiation), R_{net} : net long wave radiation [W/m²], H : sensible heat exchange between leaves and the surrounding air [W/m²], l_v : heat of vaporization of water [J/mol], E : transpiration rate [mol/m²], H_{vap} : sensible heat exchange of vapor between leaves and the surrounding air by transpiration [W/m²] (negligible), H_{O_2} : heat exchange of O₂ by photosynthesis [W/m²] (negligible), H_{CO_2} : heat exchange of CO₂ by photosynthesis [W/m²] (negligible), h_c : heat transfer coefficient [W/m²C], T_l : leaf temperature [C], Θ : the surrounding air temperature [C], C_p^{vap} : molar heat capacity of vapor at constant pressure [J/molC], $C_p^{O_2}$: molar heat capacity of O₂ at constant pressure [J/mol/molC], $C_p^{CO_2}$: molar heat capacity of CO₂ at constant pressure [J/mol/molC], g_s : stomatal conductance [mol/m²], e_s : saturated vapor pressure [Pa], P_0 : atmospheric pressure [Pa], c_s^{vap} : mole fraction of water vapor on leaf surface [-], R : ideal gas constant [m³Pa/molK], c_a^{vap} : mole fraction of water vapor in the surrounding air [-], q : specific humidity of the surrounding air [Kg/Kg], $c_a^{CO_2}$: mole fraction of CO₂ in the surrounding air [-], $c_s^{CO_2}$: mole fraction of CO₂ on leaf surface [-], $c_i^{CO_2}$: intercellular CO₂ mole fraction [-], C : CO₂ molar concentration in the surrounding air [mol/m³], ρ : moist air density [Kg/m³], c_p : heat capacity of moist air [J/KgC], u : wind velocity of the surrounding air (absolute value) [m/s].

参考文献

- (1) Waggoner, P.E. and Reifsnnyder, R.E., "Simulation of the temperature, humidity and evaporation profiles in a leaf canopy", *J. Appl. Meteorol.* **7**(1968), pp.400-409.
- (2) Lemon, E., Stewart, D.W., and Schawcroft, R.W., "The sun's work in a cornfield", *Science* **174**(1971), pp.371-378.
- (3) Goudriaan, J., '*Crop Micro-Meteorology: A Simulation Study*', PODUC, Centre for Agric. Publ. and Doc. Wageningen, The Netherlands, (1977).
- (4) Norman, J.M., "Modelling the complete crop canopy", in B. Barfield and J. Gerber (eds.), '*Modification of the Aerial Environment of Plants*', Am. Soc. Agr. Eng. Monograph No.2(1979), pp.249-277.
- (5) 堀江, "気象と作物の光合成, 蒸散そして生長に関するシステム生態学的研究", 農業技術研究所報告 A 第 28 号 (1981), pp.1-181.
- (6) Meyers, T.M. and Paw U, K. T., "Modelling the plant canopy micro-meteorology with higher order closure principles", *Agric. For. Meteorol.* **41**(1987), pp.143-163.
- (7) Naot, O. and Mahrer, Y., "Modeling microclimate environments: A verification study", *Boundary-Layer Meteorol.* **46**(1989), pp.333-354.
- (8) 神田, 日野, "大気 - 植生 - 土壌系モデル (NEO-SPAM) による数値シミュレーション, (1) 植生效果のモデリング", 水文・水資源学会誌, **3**(1990), pp.37-46.
- (9) 神田, 日野, "大気 - 植生 - 土壌系モデル (NEO-SPAM) による数値シミュレーション, (2) 植生の気候緩和効果の数値実験", 水文・水資源学会誌, **3**(1990), pp.47-55.
- (10) 吉本, 原園, 河村, "大気 - 植生 - 土壌系モデルによる高温・高 CO₂ 濃度条件下のダイズ群落における CO₂ 収支の解析", 農業気象, **56**(2000), pp.163-179.
- (11) Wilson, N.R. and Shaw, R.H., "A higher order closure model for canopy flow", *J. Appl. Meteorol.* **16**(1977), pp.1197-1205.
- (12) Mellor, G.L. and Yamada, T., "A hierarchy of the turbulence closure models for the planetary boundary layers", *J. Atmos. Sci.* **31**(1974), pp.1791-1806.
- (13) Avissar, R., Avissar, P., Mahrer, Y., and Bradvo, B.A., "A model to simulate plant stomata response to environmental parameters", *Agric. For. Meteorol.* **34**(1985), pp.21-29.
- (14) Jarvis, P.G., "The interpretation of the variations in leaf water potential and stomatal conductance found in canopies in the field", *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* **B.272**(1976), pp.593-610.
- (15) Philip, J.R. and De Vries, D.A., "Moisture movement in porous materials under temperature gradients", *Trans. Am. Geophys. Union*, **38**(1957), pp.222-232.
- (16) Kondo, J. and Akashi, A., "Numerical study on the two dimensional flow in horizontally homogeneous canopy layers", *Boundary-Layer Meteorol.*, **10**(1976), pp.255-272.
- (17) Herkelrath, W.N., Miller, E.E., and Garner, W.R., "Water uptake by plants. 2. the root contact model", *Soil Sci. Soc. Am. J.* **41**(1977), pp.1039-1043.
- (18) Harley, P.C. and Tenhunen, J.D., "Modeling the photosynthetic response of C₃ leaves to environmental factors", in '*Modeling Crop Photosynthesis - from biochemistry to canopy*', (ed. by Boote, K.J. and Loomis, R.S.), CSSA Special Publication No.19(1991), pp.17-39.
- (19) 平岡, "気温、湿度が樹木の熱・水分・二酸化炭素収支に与える影響について", 第 14 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (2000), D08-2,(CD-ROM).
- (20) 平岡, "樹木の熱・水分・二酸化炭素収支のモデル化に関する考察", 日本建築学会計画系論文集, 第 546 号(2001), pp.53-60.
- (21) Daudet, F.A, Silverstre, J., Ferreira, M.I., Valancogne, C., and Pradelle, F., "Leaf boundary layer conductance in a vineyard in Portugal", *Agric. For. Meteorol.* **89**(1998), pp.255-267.
- (22) Ross, J., '*The Radiation Regime and Architecture of Plant Stands*', Dr W. Junk, (1981).
- (23) Thorgeirsson, H. and Soegaard, H., "Simulated carbon dioxide exchange of leaves of barley scaled to the canopy and compared to measured fluxes", *Agri. Forest Met.* **98&99**(1999), pp.479-489.
- (24) Collatz, G.J., Grivet, C., Ball, J.T., and Berry, J.A., "Physiological and environmental regulation of stomatal conductance, photosynthesis and transpiration: a model that includes a laminar boundary layer", *Agri. Forest Met.* **54**(1991), pp.107-136.
- (25) Ball, J.T., '*An Analysis of Stomatal Conductance*', Stanford University, Ph.D thesis, (1988).
- (26) Harley, P.C., Thomas, R.B., Reynolds, J.F., and Strain, B.R., "Modelling photosynthesis of cotton grown in elevated CO₂", *Plant, Cell and Environ.*, **15**(1992), pp.271-282.
- (27) Siegel, R. and Howell, J.R., '*Thermal Radiation Heat Transfer*', McGraw-Hill, (1972).
- (28) Svensson, U. and Häggkvist, K., "A two-equation turbulence model for canopy flows", *J. Wind Eng. and Industrial Aerodyn.*, **35**(1990), pp.201-211.
- (29) Yamada, T., "A numerical model study of turbulence airflow in and above a forest canopy", *J. Meteorol. Soc. Japan*, **60**(1982), pp.439-454.
- (30) 平岡, 丸山, 中村, 桂, "植物群落内および都市キャノピー内の乱流モデルに関する研究, (1) 乱流モデルの作成", 日本建築学会計画系論文報告集, 第 406 号(1989), pp.1-9.
- (31) Hiraoka, H., "Modelling of turbulent flows within plant/urban canopies", *J. Wind Eng. and Industrial Aerodyn.*, **46&47**(1993), pp.173-182.
- (32) Fung, Y.C., '*Fundamentals of Solid Mechanics*', pp.116-126, Prentice-Hall Inc., (1965).

文献 19 の訂正

1.1 頁 table 1 の(8)式

$$(誤) \overline{u_i u_j} = -v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

$$(正) \overline{u_i u_j} = -v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij} + \frac{2}{3} v_t \delta_{ij} (S_{vap} + S_{O_2} - S_{CO_2})$$

2.1 頁右欄下から 5 行目

$$(誤) [W/sm^2] \quad (正) [W/m^2]$$

3.2 頁 table 3 の(6)式

(誤) $\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{T(\mathbf{x})}{2\pi} \Gamma_T(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{R(\mathbf{x})}{2\pi} \Gamma_R(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$

(正) $\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{T(\mathbf{x})}{\pi} \Gamma_T(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{R(\mathbf{x})}{\pi} \Gamma_R(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$

4.2 頁 table 3 の(8)式の下

(誤) $\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) d\omega_L$

(正) $\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) d\omega_L = 1$

文献 20 の訂正

1.54 頁左欄下から 10 行目

(誤) $[W/m^2s]$ (正) $[W/m^2]$

2.55 頁 table 6 最下の式

(誤) $\beta_{\alpha\alpha}(x) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r_\alpha r'_\alpha d\omega d\omega'$

(正) $^* \beta_{\alpha\alpha}(x) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r_\alpha r'_\alpha d\omega d\omega'$

3.55 頁 table 7 最下の式

(誤) $\beta_{\alpha\alpha}(x) = \frac{1-\varepsilon(\mathbf{x})}{\pi} \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r_\alpha r'_\alpha d\omega d\omega'$

(正) $^* \beta_{\alpha\alpha}(x) = \frac{1-\varepsilon(\mathbf{x})}{\pi} \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r_\alpha r'_\alpha d\omega d\omega'$

4.59 頁右欄 [symbol]欄左側下から 1, 3, 5 行目

(誤) $[W/molC]$ (正) $[J/molC]$

5.60 頁[symbol]欄左から 1 列目, H の単位

(誤) $[W/sm^2]$ (正) $[W/m^2]$

6.60 頁[symbol]欄左から 1 列目, H_{vap} の箇所

(誤) H_{vap} : sensible heat exchange of vapor between air of leaves by transpiration $[W/sm^2]$

(正) H_{vap} : sensible heat exchange of vapor between leaves and the surrounding air by transpiration $[W/m^2]$

7.60 頁[symbol]欄左から 2 列目, Q_{PAR} の箇所

(誤) $1[W/m^2] \sim 4.6[W/m^2]$ (正) $1[W/m^2] \sim 4.6[\mu mol/sm^2]$

8.60 頁[symbol]欄左から 2 列目, \mathbf{r} の箇所

(誤) \mathbf{r} : unit directional vector

(正) \mathbf{r} : unit directional vector of radiance

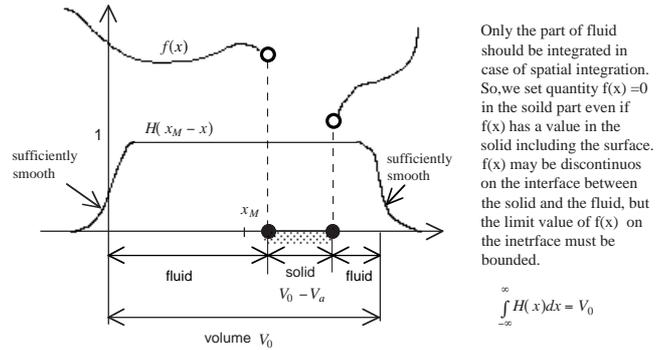
[Appendix] 空間平均操作の説明

この研究で用いた植栽の乱流モデルは、以前の論文^{30,31)}を応用したものである。そこでは、Navier-Stokes 式を ensemble 平均した後、空間平均を取る方法を採用した。以前の論文^{30,31)}では空間平均の際の平均操作の説明が不十分だったため、ここで平均操作の説明をしておく。

空間平均に関しては、次の(ap-1)式で定義する。

$$\langle f \rangle = \frac{1}{V_a(\mathbf{x})} \int H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (\text{ap-1})$$

ここで、 $\langle \rangle$ は空間平均を意味する。 $H(\mathbf{x})$ は体積が V_0 で、十分滑らか、そして、 $|\mathbf{x}| \rightarrow \infty$ で $H(\mathbf{x}) \rightarrow 0$ となる関数である。関数 f は物理量であり、流体内、個体内ともに数値を持ってもらいたい。 (ap-1) 式の積分をする場合には、個体の表面も含めて個体内部でゼロと置く。これは、流体部分のみの物理量の平均を取るためである。フィルター $H(\mathbf{x})$ は、例えば 1 次元の場合、補図 1 のようになる。



Supplementary figure 1 Example of filter function

物理量の流体から固体表面への極限值は有界である必要がある。固体表面の実際の値と異なる場合があっても良い。

また V_a は V_0 内の流体部分の体積であり、有効体積率 G が次式で定義できる。

$$G(\mathbf{x}) = V_a(\mathbf{x}) / V_0 \quad (\text{ap-2})$$

フィルター $H(\mathbf{x})$ の性質として次の 2 つがある。

(性質 1)

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{1}{G} \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial x_i} + \frac{1}{V_a} \langle f n_i \rangle \quad (\text{ap-3})$$

但し、 $\langle f n_i \rangle = \int_S H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') n'_i ds(\mathbf{x}')$ (ap-4)

n_i は外向き法線ベクトル (流体部から物体表面への方向が正) 上添え字 (dash) は位置 \mathbf{x}' を示す。 s は物体の表面積を示す。

(性質 2)

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial t} - \frac{1}{V_a} \langle f v_j n_j \rangle \quad (\text{ap-5})$$

但し、 $\langle f v_j n_j \rangle = \int_S H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) v_j(\mathbf{x}', t) n'_j ds(\mathbf{x}')$ (ap-6)

$v_i(\mathbf{x}', t)$ は物体表面の速度を示す。

(性質 1) と (性質 2) を用いることにより、高次の微分を持つ方程式の空間平均が、演算的に行うことができる。

次は(性質 1) と (性質 2) の証明を行う。

(性質1の証明)

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle &= \frac{1}{V_a(\mathbf{x})} \int H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \frac{\partial f(\mathbf{x}')}{\partial x'_i} d\mathbf{x}' \\ &= \frac{1}{V_a} \int_S H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') n'_i dS(\mathbf{x}') \\ &\quad - \frac{1}{V_a} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int \frac{H(\mathbf{x} - \mathbf{x}' - \Delta \mathbf{e}_i) - H(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{\Delta t} f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \end{aligned}$$

積分領域は無限だから、座標変換すると、

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle &= \frac{1}{V_a} \int_S H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') n'_i dS(\mathbf{x}') \\ &\quad + \frac{1}{V_a} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int \frac{H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') - H(\mathbf{x} - \Delta \mathbf{e}_i - \mathbf{x}')}{\Delta t} f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \\ &= \frac{1}{V_a} \int_S H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') n'_i dS(\mathbf{x}') + \frac{1}{V_a} \int \frac{\partial H(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{\partial x_i} f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \\ &= \frac{\|f n_i\|}{V_a} + \frac{1}{V_a} \frac{\partial}{\partial x_i} \int H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \\ &= \frac{\|f n_i\|}{V_a} + \frac{1}{V_a} \frac{\partial V_a(\mathbf{x}) \langle f \rangle}{\partial x_i} = \frac{\|f n_i\|}{V_a} + \frac{V_0}{V_a} \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial x_i} \end{aligned}$$

以上により、(ap-2)式を用いると(性質1)が証明される。

(性質2の証明)

固体内部で、物理量 f に関して、以下のことが成り立つと仮定する。

$$f = 0, \partial f / \partial x_i = 0, \partial f / \partial t = 0, \partial^n f / \partial x_i^n = 0, \partial^n f / \partial t^n = 0, \dots$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{V_a(t) V_0} \int H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\frac{1}{V_a V_a(t+\Delta t)} \int H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t + \Delta t) d\mathbf{x}' - \frac{1}{V_a V_a(t)} \int H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' \right] \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{1}{V_a} \left[\int_{V_a(t)} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t + \Delta t) d\mathbf{x}' \right. \\ &\quad \left. - \int_{V_a(t)} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' + \int_{\Delta V_a(t)} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t + \Delta t) d\mathbf{x}' \right] \\ \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial t} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{1}{V_a} \left[\int_{V_a(t)} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \{f(\mathbf{x}', t + \Delta t) - f(\mathbf{x}', t)\} d\mathbf{x}' \right. \\ &\quad \left. + \int_{\Delta V_a(t)} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t + \Delta t) d\mathbf{x}' \right] \end{aligned}$$

従って、

$$\frac{\partial \langle f \rangle}{\partial t} = \frac{1}{V_a} \int_{V_a} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \frac{\partial f(\mathbf{x}', t)}{\partial t} d\mathbf{x}'$$

$$+ \frac{1}{V_a} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta V_a(t)} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t + \Delta t) d\mathbf{x}' \quad (\text{ap-7})$$

(ap-7)式の右辺第2項内の被積分項 $f(\mathbf{x}', t + \Delta t)$ に関しては、次の関係が成り立つ。

$$f(\mathbf{x}', t + \Delta t) \rightarrow f(\mathbf{x}', t), \quad \text{when } \Delta t \rightarrow 0.$$

それゆえ、(ap-7)式の右辺第2項は次式に等しい。

$$\frac{1}{V_a} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta V_a(t)} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}'$$

一方、 $d\mathbf{x}'$ は $d\mathbf{x}' = v_j(\mathbf{x}') n'_j dS(\mathbf{x}') \Delta t$ と表される。(Fung のテキスト³²⁾, pp.116-126, および補図2参照) それで、

$$\int_{\Delta V_a(t)} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' = \int_S H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) v_j(\mathbf{x}') n'_j dS(\mathbf{x}') \Delta t$$

従って、

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_a} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta V_a(t)} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t + \Delta t) d\mathbf{x}' \\ = \frac{1}{V_a} \int_S H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) v_j(\mathbf{x}') n'_j dS(\mathbf{x}') \quad (\text{ap-8}) \end{aligned}$$

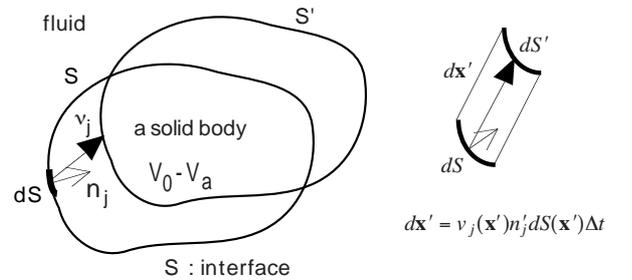
一方、固体内では物理量 f は微分も含めゼロと仮定しているから、

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_a} \int_{V_a} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \frac{\partial f(\mathbf{x}', t)}{\partial t} d\mathbf{x}' \\ = \frac{1}{V_a} \int_{V_0} H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \frac{\partial f(\mathbf{x}', t)}{\partial t} d\mathbf{x}' = \left\langle \frac{\partial f}{\partial t} \right\rangle \end{aligned}$$

従って、

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial f}{\partial t} \right\rangle &= \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial t} - \frac{1}{V_a} \int_S H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) v_j(\mathbf{x}') n'_j dS(\mathbf{x}') \\ &= \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial t} - \frac{\|f v_j n_j\|}{V_a(\mathbf{x})} \end{aligned}$$

以上により、(性質2)が証明された。



Supplementary figure 2