

## 沿岸津波の予測シミュレーターの開発

## Development of a Numerical Modeling of Nearshore Tsunami

岩田 厚, 東京大学工学部環境海洋工学科, 文京区本郷 7-3-1, [iwata@triton.naoe.t.u-tokyo.ac.jp](mailto:iwata@triton.naoe.t.u-tokyo.ac.jp)

朴 鍾千, 東京大学大学院工学系研究科, 文京区本郷 7-3-1, [park@triton.naoe.t.u-tokyo.ac.jp](mailto:park@triton.naoe.t.u-tokyo.ac.jp)

宮嶋 望, 東京大学大学院環境海洋工学専攻, 文京区本郷 7-3-1, [miyajima@triton.naoe.t.u-tokyo.ac.jp](mailto:miyajima@triton.naoe.t.u-tokyo.ac.jp)

宮田秀明, 東京大学大学院工学系研究科, 文京区本郷 7-3-1, [miyata@triton.naoe.t.u-tokyo.ac.jp](mailto:miyata@triton.naoe.t.u-tokyo.ac.jp)

Atsushi Iwata, Dept. of Naval Architecture & Ocean Eng., University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo

Jong-Chun Park, Dept. of Environ. & Ocean Eng., University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo

Nozomi Miyajima, Dept. of Environ. & Ocean Eng., University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo

Hideaki Miyata, Dept. of Environ. & Ocean Eng., University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo

A finite-difference scheme using a modified marker-and-cell method is applied to investigate the characteristics of non-linear tsunami wave motions and their interactions with a two-dimensional sloping beach inside a numerical wave tank. The Navier-Stokes equation is solved for two fluid layers and the boundary values are updated at each time step by a finite difference time marching scheme in the framework of rectangular co-ordinate system. For the vertical direction, the variable mesh system is employed. The viscous stress and surface tension are neglected in the dynamic free-surface condition, and the fully non-linear kinematic free-surface condition is satisfied by the marker-density function method developed for two layers. The incident Tsunami is generated from the inflow boundary by prescribing a velocity profile resembling the paddle movement of the wave maker. In the present paper, one of the benchmark problems 'two-dimensional Tsunami runup on a vertical wall with beach slope' is simulated. The numerical results are compared with the experiments and other numerical results mentioned in "International workshop on Long-wave runup models" (H. Yeh et al., 1995).

## 1. 緒言

環太平洋地震帯に位置する我が国は古くから地震による津波に襲われ多大な被害を受けてきた。1700年以降1,000人以上の犠牲者を出した津波は世界で21例を数えるがそのうち9例が日本での被害であり、我が国が世界でも有数の津波被災国であることがわかる。1900年以降日本では1933年に発生した昭和三陸津波を始め計6,000人もの犠牲者を出している。そして1993年に発生した北海道南西沖地震による津波が200人以上の犠牲者を出したことは記憶にも新しい。世界的に見ても1900年以降の津波による犠牲者は30,000人になり<sup>(1)</sup>近年では1998年にパプアニューギニア北西岸を襲った最高15mの津波により2,300人以上の犠牲者が出た。<sup>(2)</sup>

このように一度発生すると大規模な人的被害を生み出す津波災害の対策として様々な数値予測システムや津波警報システム、防波堤や非難に関する防災対策が現在研究されている。これらの中でも津波伝播に関する数値予測システムは防災という面において非常に大切な要因となるため、近年のコンピューター能力の向上とシミュレーション技術の急速な発展に伴い様々な技法が提案されてきた。それらには境界要素法(BEM)<sup>(3)(4)(5)</sup>、有限要素法(FEM)<sup>(6)</sup>、有限体積法(FVM)、非線形浅水波理論法(NLSW)<sup>(7)(8)</sup>などがあげられるが、これらはポテンシャル理論に基づく浅水波理論、あるいは深さ方向の流体力の挙動を無視する静水圧近似を用いており非線形な流体の3次元回転運動を取り扱うことがほぼできない。つまり非線形性が強く現れる振幅の大きい波、砕波やそれに伴う流体の回転運動を表現することができない。しかしながら実際の沿岸における津波は砕波瞬間におけるエネルギー集中などにより強い非線形な現象を含んでおり、より正確なシミュレーションを行うためには流体の非線形な3次元運動を取り扱うことが望ましい。

本研究の目的は、大振幅と砕波現象を含んだより非線形性の強い津波伝播の高精度予測シミュレーターの開発である。

計算手法としては、Navier-Stokes(NS)式と連続の式を支配方程式とし、改良されたMACアルゴリズムを用いる有限差分法である。自由表面の非線形な運動学的条件は2層流れの密度関数法によって満たしており、自由表面付近における密度関数の精度確保のため鉛直方向には不等間隔の格子を採用している。この手法により3次元な流体の砕波を含む大変形運動を取り扱うことができ、また砕波後も計算を続けることが可能である。流入境界条件としての津波は孤立波として見なしており、数値造波板によって発生させる。

本研究において、シミュレーションを3次元のケースに応用する前段階として、傾斜海底を含む2次元鉛直壁面に至る孤立波の非線形性伝播問題のベンチマーク問題<sup>(9)</sup>に適用し、実験と他の計算値との比較分析を通して本手法の精度や妥当性を検討した。

## 2. 数値計算法

## 2.1. 支配方程式

本数値計算法ではNS式及び連続の式を支配方程式としている。流体は2層であるとし、またそれぞれの流体は非圧縮であると仮定する。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\frac{\nabla p}{\rho^{<k>}} + \mathbf{a}^{<k>} \quad (1)$$

$$\rho^{<k>} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで  $k=1,2$  であり、また

$$\mathbf{a} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (3)$$

である。

上記の方程式においてそれぞれ、速度ベクトル  $\mathbf{u}=(u,v,w)$ 、圧力  $p$ 、時間  $t$ 、動粘性係数  $\nu$ 、重力を含む外力項  $\mathbf{f}$ 、である。また上付添字  $\langle 1 \rangle, \langle 2 \rangle$  は境界の下と上の流体を表し、ここでは水と空気となる。密度  $\rho$  は各流体において一定であるとする。

## 2.2. 計算のアルゴリズム

本シミュレーターでは改良された MAC アルゴリズムを用いた有限差分法が取り扱われている。計算過程において、まず密度関数が解かれ続いて速度場が NS 方程式を解くことにより更新される。境界付近の速度場が新しい場所に決定された後、新しい圧力場が圧力のポワソン方程式(7)を反復計算することにより更新される。

$$\nabla \cdot \nabla P = \nabla \cdot \left( a + \frac{u^{(n)}}{\Delta t} \right) = \nabla \cdot b \quad (4)$$

$$P^{m+1} = P^m + \bar{\omega} \cdot (\nabla \cdot \nabla P - \nabla \cdot b) \quad (5)$$

ここで  $P = p/\rho$ 、 $\bar{\omega}$  は緩和係数である。また  $b$  は拡散項と対流項を含むソース項である。n は時間ステップを表し、m は反復計算ステップを表している。

ベクトル変数は全てデカルト系で定義された成分を持ち、速度成分、圧力成分は格子上にスタッガード変数配置で定義される。対流項の差分には Flux-Split 法の 3 次上流差分、拡散項には 2 次中心差分、時間には 2 次の Adams-Bashforth 法を、それぞれ用いている。圧力の反復計算には SOR 法を用いる。

## 2.3. 自由表面条件

砕波を伴う非線形性波動を取り扱うために、自由表面の運動学的条件は以下のように密度関数法の輸送方程式を解くことで満たしている。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + u \frac{\partial M}{\partial x} + v \frac{\partial M}{\partial y} + w \frac{\partial M}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

また、自由表面の力学的条件として  $p^{<1>} = p^{<2>}$  (7)

を満たす。自由表面は密度関数  $M$  の値が  $<1>$  と  $<2>$  の平均を取る場所として定義される。

$$\bar{M} \rho = \frac{\rho^{<1>} + \rho^{<2>}}{2} \quad (8)$$

詳細については(10)を参照。

## 2.4. 境界条件

物体表面、鉛直壁上では free-slip 条件を適用している。

## 2.5. 計算格子

Fig.1.に示すように、計算領域において水平方向には等間隔格子が、鉛直方向には不等間隔格子が用いられている。つまり鉛直方向の両流体の境界付近では細かい格子を、境界から遠ざかるにつれ荒い格子を用い、密度関数の高精度確保と同時に計算時間の効率を上げている。

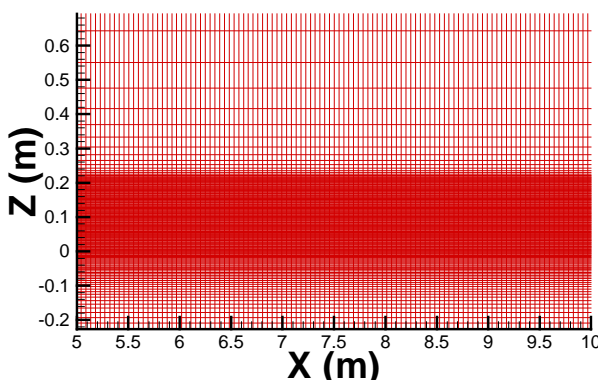


Fig.1. A part of Grid System

## 3. 実験モデル

シミュレーション対象モデルとして、1994 年に行われたベンチマーク問題の「傾斜海底を含む鉛直壁面による 2 次元孤立波の反射問題」を採用した。実験は M. J. Briggs ら<sup>(11)</sup>によって行われ、ここでは簡略に説明しておく。実験水路は長さ 23.23m、水深  $d$  は 21.8cm、幅 45cm の 2 次元水路であり、Fig.2.で示すように、造波板の位置から 15.04m 地点を起点として、4.36m 区間は勾配 1:53、2.93 区間は勾配 1:150、そのあとは勾配 1:13 の斜面としてあり、水路端には鉛直壁面を設けている。孤立波はピストン型の造波板により、水深に対する波高比 ( ) がそれぞれ 0.05(CaseA), 0.30(CaseB), 0.70(CaseC) となるように発生させている。また計 7 の波高計が設置されそれぞれの設置場所を Table.1.にまとめる。

Table.1. Displacements of the wave gages.

(For all gages  $Y=0.0$ )

Gage No.	X (m)	H (cm)	
Gage4A	12.64	21.8	For CaseA
Gage4B	14.06	21.8	For CaseB
Gage4C	14.40	21.8	For CaseC
Gage5	15.04	21.8	Toe of 1:53 slope
Gage6	17.22	17.7	Midway of 1:53
Gage7	19.40	13.6	Toe of 1:150 slope
Gage8	20.86	12.6	Midway of 1:150
Gage9	22.33	11.6	Toe of 1:13 slope
Gage10	22.80	8.0	Midway of 1:13

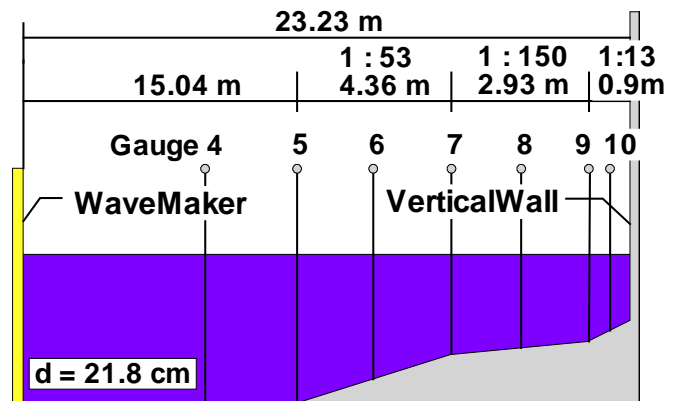


Fig.2. Schematic view of 2D Wave flume and Gage Placement.

## 4. 実験結果及び数値計算結果

### 4.1. 孤立波の生成

孤立波を生成するために、流入境界にはピストン型数値造波板が設けられており、造波格子上的速度定義点には、Fig.3のように、実験で用いたピストン型造波板の変位曲線に適合した近似方程式を求め、その近似式から求めた速度を与えている。Table.2 には、本研究で求めた近似式と、実験で用いた変位曲線との最大誤差率を示す。

また、Table.3 には、CaseA,B,C に対して造波版付近で計測された孤立波の最大波高を計算と実験とで比較した。これより CaseA,B に関しては実験と同じ孤立波が数値計算上で

も生成されたと考えられる。しかし CaseC については実験で生成された孤立波ほどの波高を得ることができなかった。これは非常に短時間で高波高の孤立波を生成しようとしているため不安定性が強くなるのが原因だと考えられる。

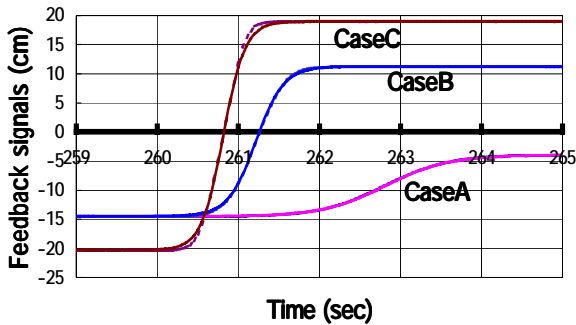


Fig.3. Wave Paddle Trajectories  
(---Experiment , - Approximate Equations)

Table.2. Approximate Equations of the WaveMaker Movements and the MaxError between the two.

Case	Approximate Equations	MaxError
A	$5.275 \tanh(1.3(t-258)-6.26)-9.245$	2.2%
B	$12.85 \tanh(2.93(t-258)-6.26)-1.63$	2.1%
C	$19.63 \tanh(3.7(t-258)-6.26)-0.67$	7.6%

Table.3. Experiment and Numerical data of

Case	Target	Actual	Numerical
A	0.05	0.039	0.040
B	0.30	0.264	0.267
C	0.70	0.696	0.486

#### 4.2. 計算条件

数値計算を行う際、シミュレーション計算の安定性及び計算条件による計算結果への影響を調べ、最適な計算条件を知るために、まず CaseA について 11 通りの計算条件をテストした。このテストは Table.4.の最上段に書かれている条件を Base Case とし dx,dz,dt を変化させ、計算結果に対し、それぞれの変化がどう影響するのかを比較したものである。それぞれのテスト結果を Fig.4.5.6.に示す。

どの計算結果を比較しても顕著な波形の差というものは見られなかった。これはこの計算手法の安定性をよく表していると言える。詳しく検証すれば、やはり Dx,Dz-series では計算格子の最も細かい Test Case3,6 において最も精度の高い結果を得た。それに対し Dt に関しては各テストケースの差がほとんど見られなかった。つまりこれより Dt は Dx, Dz に付随して変化させるべき条件であり、この計算手法は Dt 単独によるものではないと推測される。また結果として各波高計における波形をより正確に再現できる条件が最も壁衝突時の波高を実験値に近いものにするのがわかった。特にゲージ 10 (壁直前) における波形が壁上での最大波高に大きく影響すると考えられた。

これらの結果をもとに CaseB,C における計算条件をまず決定したが、CaseA に比べ非線形性が強くなるため実際にはより細かい計算条件が必要となった。また CaseB において孤

立波の壁衝突時の瞬間的な速度の増加による計算の発散が多く見られたために、より非線形性の強くなる CaseC については計算の発散を防ぐため流体の鉛直方向速度に対し制限を与えた。

Table.4. Numerical Convergence Tests.  
( $L=23.23, H_0=0.218 \times 0.05$ )

	Dx (m)	Dz (m)	Dt (sec)
Base Case	L/200	$H_0/8$	1/1000
Dx Series			
Test Case1	L/300	$H_0/8$	1/1000
Test Case2	L/400	$H_0/8$	1/1000
Test Case3	L/500	$H_0/8$	1/1000
Dy Series			
Test Case4	L/200	$H_0/10$	1/1000
Test Case5	L/200	$H_0/12$	1/1000
Test Case6	L/200	$H_0/16$	1/1000
Dt Series			
Test Case7	L/500	$H_0/10$	1/800
Test Case8	L/500	$H_0/10$	1/1000
Test Case9	L/500	$H_0/10$	1/1250
Test Case10	L/500	$H_0/10$	1/1500

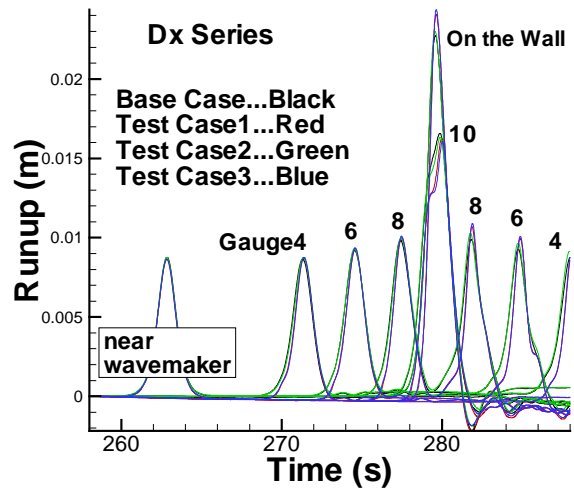


Fig.4. Dx series Numerical Convergence test

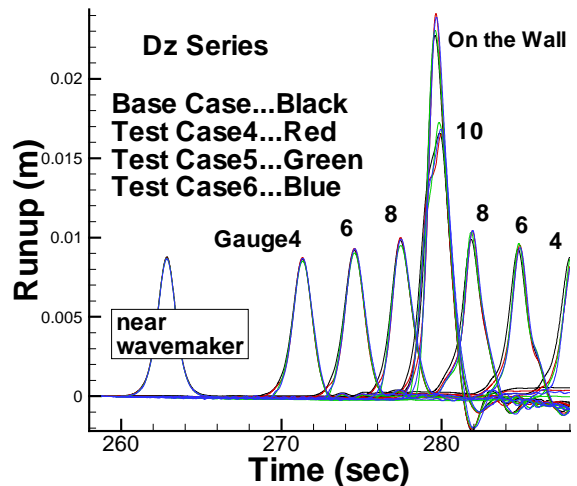


Fig.5. Dz series Numerical Convergence test

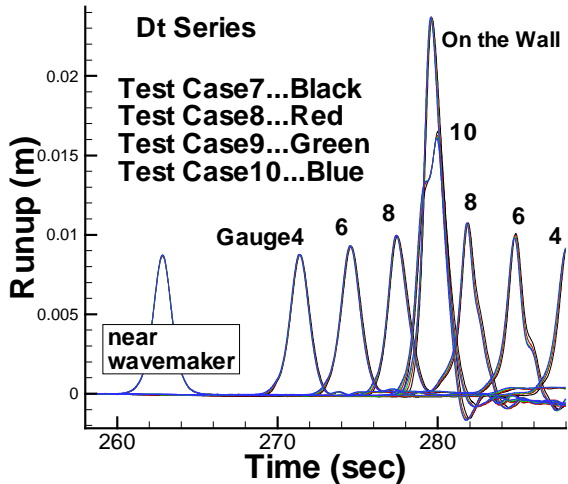


Fig.6. Dt series Numerical Convergence test

#### 4.3. 数値計算結果

Case A, B, C 共に非常によい計算結果を得ている。特筆すべきは Fig.7.8. からもわかるように Case A, B においては、入射波、反射波ともに形状が完全に実験値と一致している点である。現在これほどの計算精度を出している手法は他にはない。

しかしながら Case B においては孤立波が壁に衝突直後に計算が発散するケースが多く見られた。これは壁に衝突し鉛直方向に吹き上がった流体の速度が瞬間的に増加するため、計算において流体の動きを捉えきれなくなるためだと考えられた。この問題は計算条件をより細かいものにすれば解決できると推定できるが、それでは計算時間が非常に多くかかってしまう。そのため Case C については計算の発散を防ぐため、計算条件を細かくする代わりに、鉛直方向の最大速度を水平方向速度の 1.0 倍までと制限を設け計算を行った。このため Case C では鉛直方向への流体の動きが実際よりも小さいものとなっている。特にこの制限により流体が壁に衝突した瞬間の吹き上げをおさえてしまうため、流体の本来持つべきエネルギーが減少してしまい、衝突後の反射波はより波高が低くなっている。しかし波高の制限を行った上でも波形に関しては実験とほぼ同様になっており、評価できる結果であると考えられる。

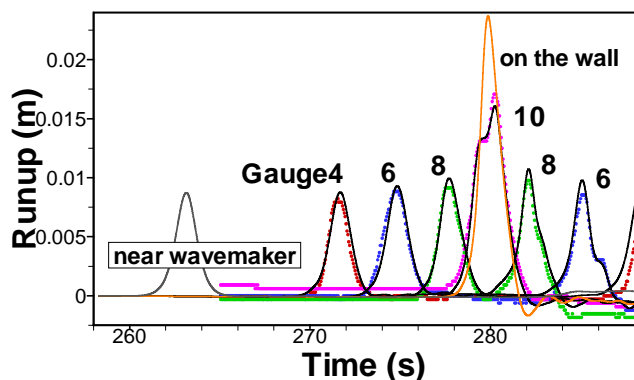


Fig.7. Time history of 2D Tsunami Runup in case A. (—; the simulated result & •••; experiments).

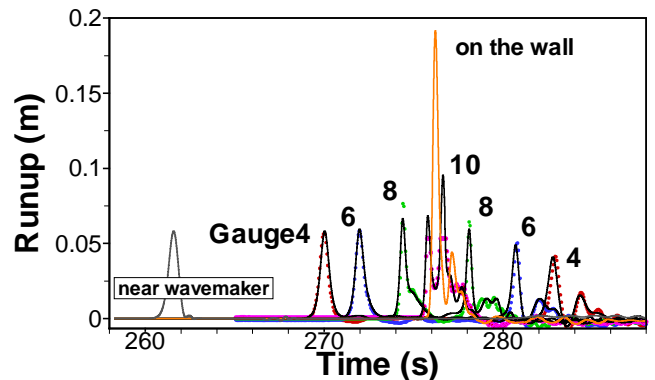


Fig.8. Time history of 2D Tsunami Runup in case B. (—; the simulated result & •••; experiments).

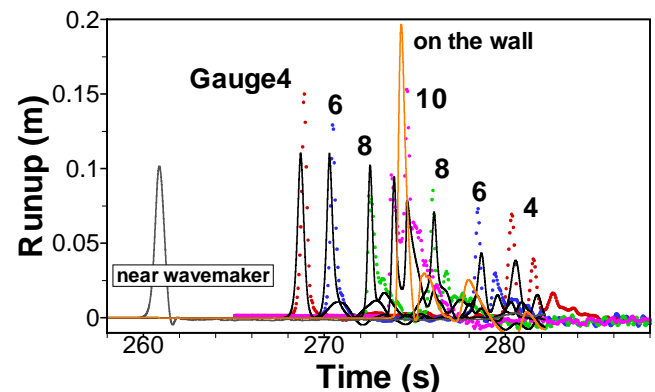


Fig.9. Time history of 2D Tsunami Runup in case C. (—; the simulated result & •••; experiments).

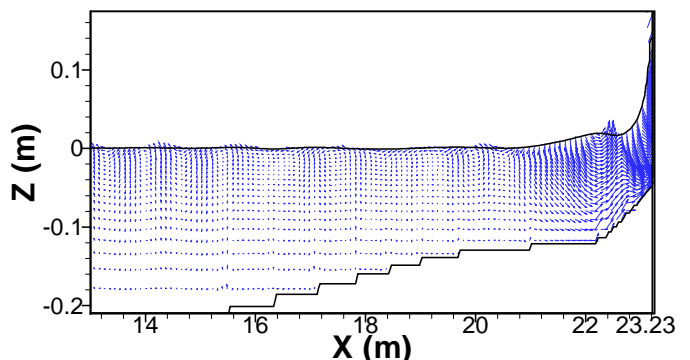


Fig.10. Typical Wave profile and velocity vector of 2D Tsunami Runup in Case B.

#### 4.4. 最大波高

孤立波は壁との衝突時に最大波高を記録する。実験では Case A, B の場合、孤立波は波崩れを起こさず壁に衝突し反射される。しかし不安定性の強い Case C においては、 $0.45 \sim 0.60$  の間の地点 (1:150 のスロープの始まり以降) において波崩れが起こりそのまま壁に衝突することが観測されている。

Table.4. からもわかるように Case A, C については実験値と計算結果がほぼ一致している。Case B においては計算結果が実験値の約半分になっているがこの値は現在の計算機能力を考えれば限界であろうと思われる。今後計算機能力が向上すればより細かい計算格子を用いることができ、結果がより実験値に近づくと考えられる。

**Table.5.** Maximum Vertical Runup on the Wall

Case	Experimental Data		Numerical Data	
	Runup cm	Runup / d	Runup cm	Runup / d
A	2.74	0.13	2.37	0.109
B	45.27	2.10	20.88	0.957
C	27.43	1.26	19.67	0.903

## 5 . 結言

今回、高精度津波予測シミュレータの開発の前段階として2次元における孤立波問題を取扱ったが、この結果は非常に評価できるものとなった。今後この手法を3次元空間の単純モデルに適応し、最終的には実海域問題に発展させたいと考える。

## 参考文献

- (1) 土木学会誌 2000 年 12 月号  
<http://www.jsce.or.jp/journal/>
- (2) Asian Disaster Reduction Center <http://www.adrc.or.jp/>
- (3) Toshimitsu Takagi “Finite Element Analysis in Bench Mark Problems 2 and 3.” LONG-WAVE RUNUP MODELS (1995), pp.258-264.
- (4) .E.P.Myers, A.M.Baptista “WET:2 An Eularian -Lagrangian Shallow Water FEM Model.” LONG-WAVE RUNUP MODELS (1995), pp.272-280.
- (5) Roy Walters “Application of a Finite Element, Wave Equation Model to the Benchmark Problems : 1 and 3.” LONG-WAVE RUNUP MODELS (1995), pp.281-290
- (6) S. Grilli “Fully Nonlinear Potential Flow Models used for Long Wave Runup Prediction.” LONG-WAVE RUNUP MODELS (1995), pp.116-181.
- (7) Yuichiro Tanioka, Kenji Satake “Tsunami Runup On Okushiri Island.” LONG-WAVE RUNUP MODELS (1995), pp.249-257.
- (8) Philip L.-F. Liu, Yong-Sik Cho, Michel J. Briggs, Utku Kanoglu, Costas Emmanuel Synolakis “Runup of solitary waves on a circular island” J. Fluid Mech. (1995) Vol. 302, pp. 259-285.
- (9) Harry Yeh, Philip Liu, Costas Synolakis “LONG-WAVE RUNUP MODELS” World Scientific (1995).
- (10) Jong-Chun Park, Moo-Hyun Kim, Hideaki Miyata “FULLY NON-LINEAR FREE-SURFACE SIMULATIONS BY A 3D VISCOUS NUMERICAL WAVE TANK” International Jurnal For Numerical Methods In Fluids **29**:685-703(1999)
- (11) Michael J. Briggs, Costas E. Synolakis, Utku Kangolu, Debra R. Green “Benchmark Problem 3 Runup of Solitary Waves on a Vertical Wall” U.S.Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS. (1994)