

# CIP-LSM による三次元自由表面流解析

## Three-dimensional Analysis of Free-surface Flows by CIP-LSM

姫野 武洋, 宇宙開発事業団, 調布市深大寺東町 7-44-1, [himeno.takehiro@nasda.go.jp](mailto:himeno.takehiro@nasda.go.jp)  
渡辺 紀徳, 東京大学工学系研究科, 文京区本郷 7-3-1, [watanabe@aero.t.u-tokyo.ac.jp](mailto:watanabe@aero.t.u-tokyo.ac.jp)  
Takehiro Himeno, NASDA, 7-44-1, Jindaiji Higashi-machi, Chofu-shi, Tokyo.  
Toshinori Watanabe, University of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo.

In order to track the three-dimensional deformation of liquid surface in a propellant tank of launch vehicles and other storage tanks on orbit, a numerical method CIP-LSM was developed. The CIP-LSM utilized CCUP scheme combined with Level Set method and CSF model. To obtain the basic knowledge for the estimation of the serviceable amount of the small residual propellant at re-ignition process, the flow fields in the LOx tank for the 2<sup>nd</sup> stage of H-IIA launch vehicle under low-gravity conditions were numerically investigated. In the computation, the generation of the dip on liquid surface was clearly shown, and the phenomenon of gas suction was properly reproduced.

### 1. はじめに

重力が著しく減少する宇宙環境において、液体を貯蔵容器内部の望ましい位置に保持し、思い通りに搬送する技術は、宇宙輸送系や軌道上構造物を設計して運用するうえで欠かせない。多様な重力環境における流体管理技術<sup>[1]</sup>を早期に確立するためには、落下塔や航空機を用いた微小重力実験だけでなく、数値流体力学的手法を援用し、自由表面流の挙動を予測できるだけの知見を蓄積する必要がある。

本研究ではこの技術課題にこたえるべく、重力と界面張力を考慮して自由表面流を解析する数値的手法(CIP-LSM)<sup>[2]</sup>を構築し、基礎的な実験を通じてその検証を行ってきた<sup>[3][4]</sup>。本論文では、CIP-LSM の考え方を気液界面の記述方法を中心に説明するとともに、未だ解決されていない数値解析上の問題点を述べる。また、宇宙環境における流体管理問題の具体例として、ロケットタンクから液体推進剤を排出する際の問題を紹介し、関連する数値解析結果を報告する。

### 2. 数値解析手法

CIP-LSM は、Level Set 法(LSM)<sup>[5]</sup>と CCUP 法<sup>[6]</sup>をそれぞれ改良のうえ三次元一般曲線座標系に拡張して組み合わせた手法であり、気液両相の熱流動を同一計算領域で統一的に扱い、流動に伴う気液界面の変形が固定格子上で追跡される。

#### 2.1 距離計測アルゴリズムとしての Level Set 法

Sussman らが提案した LSM は、一種の距離計測アルゴリズムであり、ある曲面からの垂直方向距離を値とする Level Set 関数  $\phi$  [m]を求める手続きである。具体的には、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = S_{LSM} (1 - |\nabla \phi|) \quad (1)$$

$$S_{LSM} = \text{sign}(\phi) \quad (2)$$

で記述される再初期化(re-initialization)の操作を、擬似時間進行法で反復して収束させることで、 $\phi$  に距離関数の性質

$$|\nabla \phi| = 1 \quad (3)$$

を持たせることができる。(1)式を離散化して数値的に解く場合、これを

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{w}_{LSM} \cdot \nabla \phi = S_{LSM}, \quad \vec{w}_{LSM} = S_{LSM} \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (4)$$

と移流方程式の形に書き直し、左辺第 2 項を  $\vec{w}_{LSM}$  に関する風上差分で評価するのが適切である。(4)式の解法として、Sussman らは ENO 法を用いているが、筆者ら<sup>[7]</sup>は高精度ながら 2 点スキームでもある CIP 法<sup>[8]</sup>を採用し、LSM を一般曲線座標系に拡張するとともに、 $\phi$  に関する境界条件の設定を容易にしている。

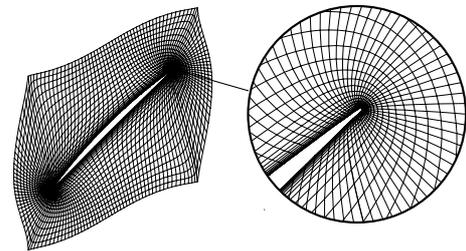


Fig.1 Grid System around a Double Circular Arc, O-type (161 × 31 stencils).

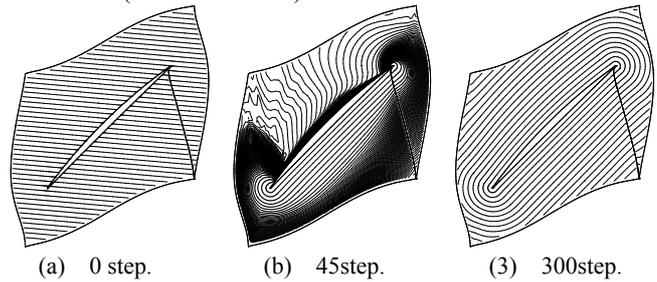


Fig.2 Distance Function around a Double Circular Arc Defined by LSM, Contour of  $\phi$ .

LSM を用いた距離計測の例として、Fig.1 のような翼型(二重円弧翼)周りの O 型格子に沿った曲線座標系で、 $\phi$  が求まる過程をその等高線として図示する。初期条件として、Fig.2(a)のような翼型と無関係な分布を  $\phi$  に与えた後、翼面上で  $\phi = 0$  とする固定境界条件を課して(3)式を反復した。ここで各格子点における擬似時間刻み  $\Delta \tilde{t}$  は、移流ベクトル  $\vec{w}_{LSM}$  に関する CFL 数が 0.3 になるよう局所的に定められている。Fig.2(b)と(c)からは、 $\phi$  の等高線が翼型を縁取るように描かれていき、ついには各格子点から翼面までの距離を表す分布が得られるのが分かる。

一般曲線座標系に拡張された LSM は、後述する自由表面流解法の一部を構成するだけでなく、例えば壁面からの距離が要求される乱流モデルを組み込んだ流体計算の前処理など、それ自身を様々な用途に利用できること期待される。

#### 2.2 識別関数法としての Level Set 法

固定格子を用いた自由表面流解析において、計算領域内のある点が気液各相または界面のいずれに属しているかを表現する識別関数として  $\phi$  を使うと、単位法線ベクトル  $\vec{n}_s$  や曲率  $\kappa$  [ $\text{m}^{-1}$ ]など、界面形状に関する情報を精度良く評価でき、界面張力をより適切に見積もることができる。

例として、円管内単一上昇気泡のある瞬間における界面に

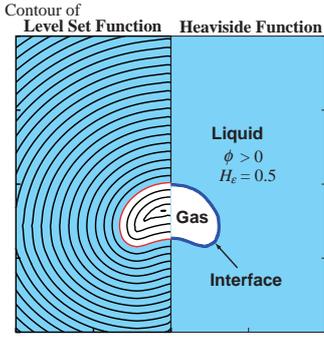


Fig.3  $\phi$  and  $H_\epsilon$  around a rising bubble.

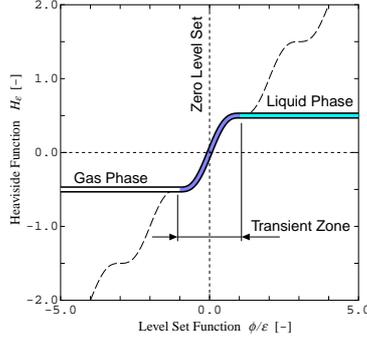


Fig.4 Translation between  $\phi$  and  $H_\epsilon$ , Type S.

対して $\phi$ を定義し、その子午面内に等高線を描けば Fig.3 を得る。そのうえで、密度 $\rho$ などの物性値を、

$$H_\epsilon = 0.5 \cdot \max \left[ -1.0, \min \left\{ 1.0, \frac{\phi}{\epsilon} + \frac{1}{\pi} \sin \left( \frac{\pi \phi}{\epsilon} \right) \right\} \right] \quad (5)$$

で定義される近似 Heaviside 関数  $H_\epsilon[-]$ を用い、

$$\rho = 0.5 (\rho_{Liq} + \rho_{Gas}) + H_\epsilon (\rho_{Liq} - \rho_{Gas}) \quad (6)$$

と重み付き線形形で与えれば、 $\phi$ の符号と各点の属性とを対応づけることができる。Fig.4 に図示した $\phi$ と $H_\epsilon$ の関係からも分かるように、LSM では $\phi$ のゼロ等高面として表現された界面を挟む幅  $2\epsilon$  [m]の遷移領域が存在する。これは、気液間の密度不連続を空間的に緩和することで差分計算を安定化するためであり、 $\epsilon$ は計算格子幅の数倍程度とされる。

このように定義された $\phi$ と $H_\epsilon$ の空間的分布を用いれば、界面の単位法線ベクトルと曲率は、次式

$$\vec{n}_s = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}, \quad \kappa = \nabla \cdot \vec{n}_s \quad (7)$$

により、複雑な手続きや条件式を伴わずに算出できる。すると、界面張力の局所合力  $\vec{F}_{S,\perp}$  [N/m<sup>3</sup>]を CSF モデル<sup>[9]</sup>に基づき、

$$\vec{F}_{S,\perp} = -\sigma \kappa \vec{n}_s = -\sigma \left\{ \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right\} \frac{\nabla H_\epsilon}{|\nabla \phi|} \quad (8)$$

$$\delta_\epsilon = \frac{dH_\epsilon}{d\phi} \quad (9)$$

のように体積力として評価できる。ここで、界面張力 $\sigma$  [N/m]は定数として扱っている。なお、固体壁の濡れ性の表現については、文献[3]、[4]または[10]を参照されたい。

### 2.3 Level Set 関数の再初期化と体積保存

2.1 節で述べた翼型の例では、 $\phi$ のゼロ等高面が計算領域の境界面として陽的に与えられるのに対し、2.2 節で述べた気泡の例では、界面形状が計算点と必ずしも一致しない曲面として陰的に表現されている。そのため、 $\phi$ の分布を変化させる再初期化の反復過程で、界面が固定されず非物理的に移動してしまい、気泡体積が変化してしまう問題が生じる。

2.3.1 局所的体積保存 LSM を自由表面流解析に用いる場合、体積保存が破られるのを防ぐため、(2)式は

$$S_{LSM} = \frac{\phi_{OLD}}{\sqrt{\phi_{OLD}^2 + (2\epsilon)^2}} \quad \text{or} \quad S_{LSM} = 2H_{\epsilon,OLD} \quad (10)$$

のように修正される。ここで添え字 *OLD* は、その値が再初期化の開始前のものであることを意味する。すると、 $S_{LSM}$  と  $\vec{w}_{LSM}$  の大きさが界面でゼロとなり、解析的には再初期化に伴って界面は動かないと表現されるのだが、(4)式を離散化して数値的に解くと実際には界面が移動してしまう。そこで Sussman ら<sup>[11]</sup>は、(4)式に体積保存のための修正項を付け加え、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{w}_{LSM} \cdot \nabla \phi = S_{LSM} + \lambda_{LSM} \cdot f \quad (11)$$

$$\lambda_{LSM} \cdot f = - \left\{ \frac{\int_{\Omega} \delta_{\epsilon,OLD} \{S_{LSM} (1 - |\nabla \phi|)\} dV}{\int_{\Omega} \delta_{\epsilon,OLD}^2 |\nabla \phi_{OLD}| dV} \right\} \cdot \delta_{\epsilon,OLD} |\nabla \phi_{OLD}| \quad (12)$$

とする方法を提案した。ここで、 $\Omega$ は積分範囲として各計算点に対応する検査体積を採ることを意味するが、数値的には隣接点の値も参照して積分値が評価される。

(12)式を反復して収束させることができれば、検査体積毎の体積保存が満足される。しかし、この修正項は界面近傍で元々の再初期化を相殺するように働くため、(4)式の操作に比べて収束がかなり遅くなってしまふ。

2.3.2 全体的体積保存 検査体積毎の体積保存ではなく、計算領域全体での保存が満足されるよう条件を緩め、より簡単に体積保存を行う以下の手法を筆者ら<sup>[12]</sup>は提案した。

(4)式の再初期化の前後で変化した計算領域全体の気相体積  $\Delta V_{ERR}$  [m<sup>3</sup>]は、

$$\Delta V_{ERR} = \iiint_{\Sigma\Omega} (H_{\epsilon,OLD} - H_\epsilon) dx dy dz \quad (13)$$

により算出でき、計算領域内に存在する界面の総面積  $A$  [m<sup>2</sup>]は、近似デルタ関数  $\delta_\epsilon$  を積分することにより、

$$A = \iiint_{\Sigma\Omega} \delta_\epsilon dx dy dz \quad (14)$$

と容易に見積もられる。従って、次の操作により、

$$\phi \rightarrow \phi + \Delta \phi_{ERR}, \quad \Delta \phi_{ERR} = \frac{\Delta V_{ERR}}{A} \quad (15)$$

$\phi$ のゼロ等高面を均一に $\Delta \phi_{ERR}$  [m]だけシフトさせることで、変化した体積 $\Delta V_{ERR}$ を打ち消すことができる。

この方法は、 $\phi$ の距離関数の性質を損なうことなく、計算領域全体の気相体積を保存できる。しかし、界面のどの部分で失われたか判らない体積を、いわば連帯責任だとして、界面全体を移動させることで回復しており、そのことが解に与える影響を議論する必要がある。

LSM における体積保存性の向上に関しては、この他にも、界面に近接する計算点での値を再構築して固定する方法<sup>[13]</sup>などが提案されているが、いずれの方法も一長一短がある。

### 2.4 CCUP 法による流動解析

2.4.1 支配方程式 LSM を用いて計算領域における各点の属性が識別されると、気液両相の運動は以下(15)~(17)式のような、均質二相流 Navier-Stokes 方程式で統一的に記述することができる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \rho = -\rho \nabla \cdot \vec{u}, \quad (16)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = \nabla : \mathbf{\Pi} + \vec{g}, \quad (17)$$

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho (\vec{u} \cdot \nabla) e = \{\mathbf{\Pi} : \nabla\} \cdot \vec{u} - \nabla \cdot \vec{q}, \quad (18)$$

ここで、 $\vec{u}$  [m/s]と $e$  [J/kg]は流体粒子の速度および内部エネルギーを、 $\vec{g}$  [m/s<sup>2</sup>]と $\vec{q}$  [W/m<sup>2</sup>]は重力と熱流束をそれぞれ表している。応力テンソル $\mathbf{\Pi}$  [Pa]は(19)式のように、圧力テンソル $-p\mathbf{I}$ 、界面張力テンソル $\mathbf{T}_\sigma$ 、粘性応力テンソル $\mathbf{T}_v$ の和で表され、第1および第2粘性係数を $\mu$ および $\lambda$  [Pas]と表記して

$$\mathbf{\Pi} = -p\mathbf{I} + \mathbf{T}_\sigma + \mathbf{T}_v, \quad (19)$$

$$\mathbf{T}_\sigma = \sigma \delta_\epsilon (\mathbf{I} - \vec{n}_s \vec{n}_s), \quad (20)$$

$$\mathbf{T}_v = \lambda (\nabla \cdot \vec{u}) \mathbf{I} + \mu (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T), \quad (21)$$

と書ける。また、気液間の相変化が無いと仮定すれば、界面は速度に乗って移流するので、 $\phi$ の分布もまた、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \phi = 0 \quad (22)$$

により更新すれば良く、そのうえで各タイムステップ毎に再初期化が施される。

2.4.2 TCUP 法の考え方 CIP-LSM では、これらの支配方程式を数値的に解く手法として、Yabe らによって提案された CCUP 法を採用し、そのアルゴリズムを伝熱解析に適する形へ変更する(TCUP : Thermo-CCUP 法)とともに、3次元一般座標系へ拡張して提案した。

具体的には、Fig.5 に示したように、流れ場の変化を、

- 流体粒子の移流に伴う変化
- 音波の伝播に伴う内部状態量の等エントロピ変化
- 熱と運動量の拡散に伴う内部状態量の等容変化

の3段階に分けて順次解き、全体として1タイムステップを構成する。ここで、非圧縮性流体の熱流動を解析できるように、温度  $T$  [K] を基本変数に加え、代わりに密度を  $\rho = \rho(T, p)$  のように従属変数とする変更を行った。変更後のアルゴリズムを Table.1 にまとめるが、導出の過程は文献[3]または[4]を

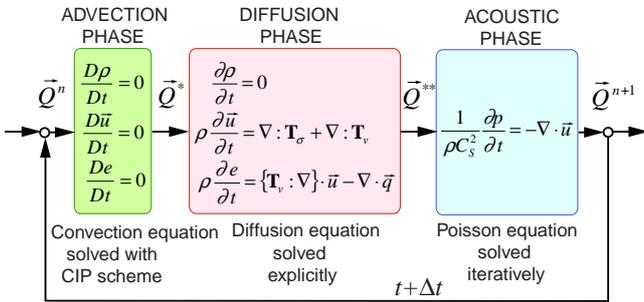


Fig.5 Algorithm of CCUP Scheme.

Table.1 Algorithm of TCUP (Thermo-CCUP).

<b>• Variant</b>	$\bar{Q} = (\bar{u}, p, T)^T$
<b>• Advection Phase</b>	$\bar{Q}^n \rightarrow \bar{Q}^*$
	$\bar{Q} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + U_c \frac{\partial \bar{Q}}{\partial \xi} + V_c \frac{\partial \bar{Q}}{\partial \eta} + W_c \frac{\partial \bar{Q}}{\partial \zeta} = \bar{0}$
	: solved with CIP scheme.
<b>• Diffusion Phase</b>	$\bar{Q}^* \rightarrow \bar{Q}^{**}$
	$\bar{u} \int_{\Omega} \rho^* \frac{\bar{u}^{**} - \bar{u}^*}{\Delta t} dV = \int_{\partial \Omega} (\mathbf{T}_\sigma^* + \mathbf{T}_v^*) : d\bar{S}$
	$T \frac{T^{**} - T^*}{\Delta t} = \frac{\gamma^*}{(\rho C_p)^*} \bar{Q}_{DIF}$
	$p \frac{p^{**} - p^*}{\Delta t} = \frac{\gamma^* - 1}{(1 + \rho C_p \mu_J)^*} \bar{Q}_{DIF}$
	: solved explicitly.
<b>• Acoustic Phase</b>	$\bar{Q}^{**} \rightarrow \bar{Q}^{n+1}$
	$p \int_{\Omega} \frac{p^{n+1} - p^{**}}{(\rho C_s^2)^{**} \Delta t} dV = - \int_{\partial \Omega} (\bar{u}^{**} - \frac{\nabla p^{n+1}}{\rho^{**}} \Delta t) \cdot d\bar{S}$
	: solved with iterative method (BiCG-STAB).
	$\bar{u} \frac{\bar{u}^{n+1} - \bar{u}^{**}}{\Delta t} = - \frac{\nabla p^{n+1}}{\rho^{**}}$
	$T \frac{T^{n+1} - T^{**}}{(\rho C_p)^{**}} = \frac{(1 + \rho C_p \mu_J)^{**}}{(\rho C_p)^{**}} (p^{n+1} - p^{**})$
	: solved explicitly.

参照されたい。

2.4.3 物性値の構成方程式 TCUP 法の計算に必要な定圧比熱  $C_p$  [J/(kg K)]、比熱比  $\gamma$  [-]、音速  $C_s$  [m/s]、Joule-Thomson 係数  $\mu_J$  [K/Pa] など、流体の圧縮性に関する物性値は、気相と液相のいずれかに属する計算点の場合、

$$C_p(T, p) = C_p(T, p_0) - \int_{p_0}^p T \left\{ \frac{\partial^2}{\partial T^2} \left( \frac{1}{\rho} \right) \right\} dp, \quad (23)$$

$$C_v(T, p) = C_p(T, p) - T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho \left\{ \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{1}{\rho} \right) \right\}_\rho, \quad (24)$$

$$\gamma(T, p) = \frac{C_p(T, p)}{C_v(T, p)}, \quad (25)$$

$$C_s^2(T, p) = \gamma(T, p) \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T, \quad (26)$$

$$\mu_J(T, p) = - \frac{1}{\rho C_p} \left\{ T \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p + 1 \right\}. \quad (27)$$

の各式に気相または液相の状態方程式を代入すれば求めることができる。また、 $H_e$  をポイド率  $\alpha$  と、

$$\alpha = 0.5 - H_e \quad (28)$$

により関係づけ、遷移領域を気液の混相流体と見なすならば、状態方程式から定まる物性値を、

$$\frac{1}{\rho C_s^2} = (1 - \alpha) \frac{1}{\rho_{Liq} C_{S, Liq}^2} + \alpha \frac{1}{\rho_{Gas} C_{S, Gas}^2} \quad (29)$$

$$\rho C_p \mu_J = (1 - \alpha) (\rho_{Liq} C_{p, Liq} \mu_{J, Liq}) + \alpha (\rho_{Gas} C_{p, Gas} \mu_{J, Gas}) \quad (30)$$

のように決定できる。しかし、粘性係数や熱伝導係数のように、状態方程式から定められない物性値を、 $\alpha$  に応じてどう表現するのが適切なのかという指針は、未だ確立されていないようである。

2.4.4 界面力と圧力勾配の平衡 LSM を用いた自由表面流解析では、幅  $2\varepsilon$  の遷移領域を横切って、流体の密度が大きく変化する。一方、遷移領域に働く界面力(界面張力の局所合力)は、(8)式に従い体積力として厚み方向に分配され、(17)式の右辺に加えられる。ここで、界面力の分配を流体の質量あたり、すなわち加速度への寄与として見直せば、その分布  $\bar{a}_{s, \perp}$  [m/s<sup>2</sup>] は、

$$\bar{a}_{s, \perp} = \frac{\bar{F}_{s, \perp}}{\rho} = - \frac{\sigma \kappa}{(\rho_{Liq} - \rho_{Gas})} \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \phi} \right\} \bar{n}_s \quad (31)$$

で与えられる。なお、気液両相の密度はそれぞれ定数とした。

ここで、水と空気の密度比  $\hat{\rho} = \rho_{Liq} / \rho_{Gas} = 818$  を想定して、

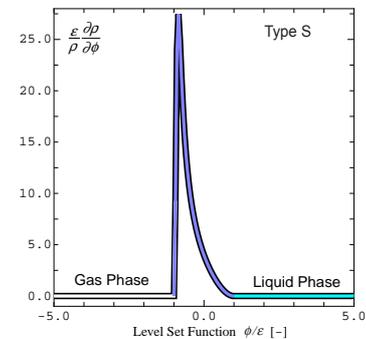


Fig.6  $\frac{\varepsilon}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \phi}$  as a Function of  $\phi/\varepsilon$ , Type S,  $\hat{\rho} = \rho_{Liq} / \rho_{Gas} = 818$ .

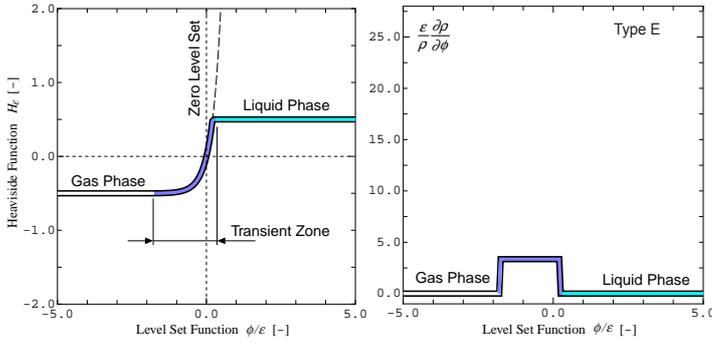


Fig.7 Translation between  $\phi$  and  $H_\varepsilon$ , Type E,  $\hat{\rho} = 818$

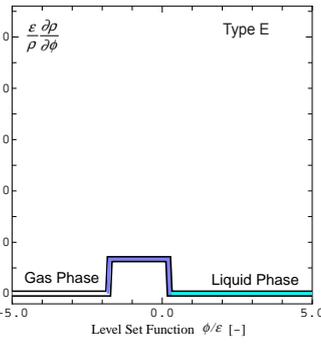


Fig.8  $\frac{\partial \ln(\rho)}{\partial(\phi/\varepsilon)}$ , Type E,  $\hat{\rho} = 818$ .

(5)式の正弦関数型  $H_\varepsilon$  (Type S)を用いて  $\rho$  を算出し、 $\bar{a}_{S,\perp}$  にほぼ比例する  $\partial \ln(\rho)/\partial(\phi/\varepsilon)$  の分布を描けば Fig.6 を得る。このように  $\bar{a}_{S,\perp}$  の分布が極端に偏っている場合、離散的に評価される界面力と圧力勾配の平衡が崩れやすくなり、結果として計算が不安定に陥りやすい。

そこで本論文では、計算を安定化する試みとして、次式

$$H_\varepsilon = \max \left[ -0.5, \min \left\{ 0.5, \frac{\hat{\rho}^{1+(\phi-\phi_s)/\varepsilon} - 1}{\hat{\rho} - 1} - 0.5 \right\} \right] \quad (32)$$

$$\phi_s = \left\{ \frac{2 \ln[(\hat{\rho} + 1)/2]}{\ln(\hat{\rho})} - 1 \right\} \cdot \varepsilon \quad (33)$$

で定義される指数関数型  $H_\varepsilon$  (Type E)を提案する。 $\hat{\rho} = 818$  のとき、Type E の  $H_\varepsilon$  と  $\phi$  の関係は Fig.7 のように、遷移領域の液相側で大きな勾配を持つ曲線と与えられ、厚さ  $2\varepsilon$  [m] の遷移領域それ自体も Type S の場合より  $\phi_s$  [m] だけ気相側にシフトしている。これを(6)式に代入して  $\partial \ln(\rho)/\partial(\phi/\varepsilon)$  を計算すれば、Fig.8 の如く、

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \phi} = \frac{\ln(\hat{\rho})}{2\varepsilon} = \text{Const.} \quad (34)$$

となり、流体質量あたりの界面力をほぼ均等に遷移領域へ分配できる。

具体例には言及しないが、Type E の  $H_\varepsilon$  は、遷移領域の気相側で数値的原因により発生する速度場の乱れを抑制するのに有効である。但し、 $H_\varepsilon$  の形を変更することが解析結果に与える影響について、さらに詳細な検討が必要であろう。

### 3. ロケットタンク内の液体挙動解析

以上に説明した3次元一般曲線座標系のCIP-LSMを用い、自由表面流を数値的に模擬した例として、低重力環境におけるロケットタンク内の液体推進剤挙動の解析<sup>[3]</sup>を紹介する。

3.1 多数回着火と排出問題 一般に、重力が減少する宇宙環境では、貯蔵容器から液体を排出する際、液面に発生した窪み(dip)が容易に液相を流出口まで貫通し、しばしば排出液中へガスが混入する。多数回着火機能を備えたH-IIAロケット2段エンジン(LE-5B)の再々着火時には、残り少ない液体推進剤の液面がタンクの吸引口近くに迫っており、ガス吸込みとそれに伴うターボポンプ過回転の発生が懸念される。そこで、2段エンジンの再々着火の際に利用可能な液体推進剤量を把握すべく、CIP-LSMを用いてタンク内の液面挙動解析を行った。

3.2 計算条件 解析対象とした2段液体酸素(LOx)タンクを Fig.9 に示す。解析では回転楕円球面と近似されるタンクの底部だけを計算領域とし、内部の艀装品もガス吸込み防止用の円盤状カバー以外は省略したうえで、半径方向と高さ方向および周方向に  $101 \times 61 \times 19$  [pts.] の格子点を配置した。

子午面の長半径と短半径はそれぞれ約 1.60 [m] および 1.13 [m] である。

初期条件では、エンジンを停止した慣性飛行中に 50[N] スラスタ(2 基装着のうち片方だけ)を作動させて推進剤液面を静定させる場合を想定し、Fig.10 に示すように、液面形状を噴射方向に合わせて機軸から  $\phi = 5$  [deg] 傾けた平面で与えた。カバー外縁位置での機軸方向最小液位  $h_{init}$  は 159 [mm] である。作動流体は液体酸素と気体酸素(GOx)の組み合わせとし、初期状態で両相に温度 90[K]、圧力  $2.3 \times 10^5$  [Pa] を与えている。また、カバー裏側の流出境界では、図中の  $z$  方向速度  $w_{OUT}$  [m/s] に、

$$w_{OUT} = - \left( \frac{\dot{Q}}{2\pi R_{OUT}} \right) \cdot \frac{1}{r}, \quad (35)$$

という分布を仮定した。ここで  $\dot{Q}$  [m<sup>3</sup>/s] は排出の LOx 流量であり、 $R_{OUT}$  [m] は円形とした流出境界の半径である。

3.3 計算結果 タンクに加わる加速度  $g$  [m/s<sup>2</sup>] を(スラスタ噴射による) 0.0006 [G]、 $\dot{Q}$  を定格に対して 60% の約 13.6 [l/sec] で一定とした場合に得られた液面形状を、 $\phi$  のゼロ等高面として可視化し Fig.11 に示す。実飛行の再着火過程ではエンジンの始動により加速度が増加するのだが、後述の落下塔実験と同様、その影響を考慮しない安全側の解析条件としている。

計算結果からは、液体の排出に伴う液面の窪みが認められ、ガス吸込みがカバー外縁付近の最も浅い位置で発生しているのが分かる。排出開始からガス吸込みが発生するまでの時

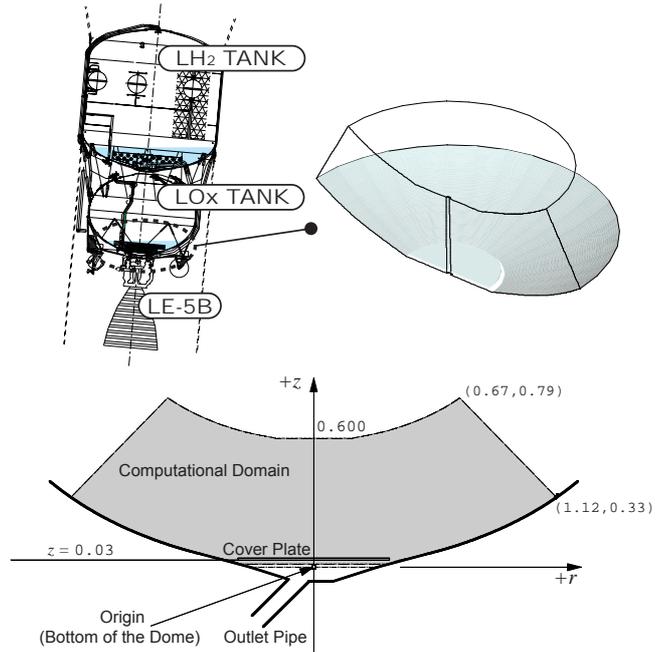


Fig.9 Computational Domain for LOx Tank of H-IIA 2nd Stage.

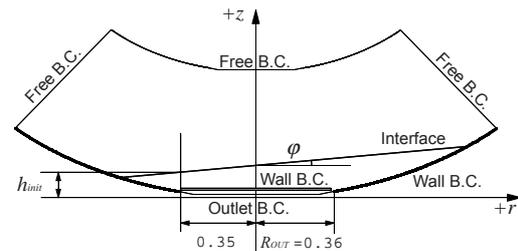


Fig.10 Surface Configuration at the Initial State Determined by  $\phi$  and  $h_{init}$ .

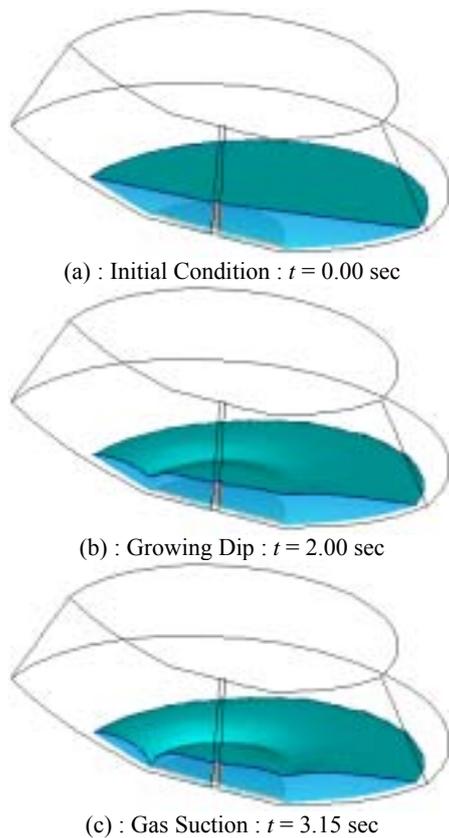


Fig.11 The surface variation with time,  
 $\phi = 5$  [deg],  $h_{init} = 159$  [mm],  $g = 0.0000$ [G]

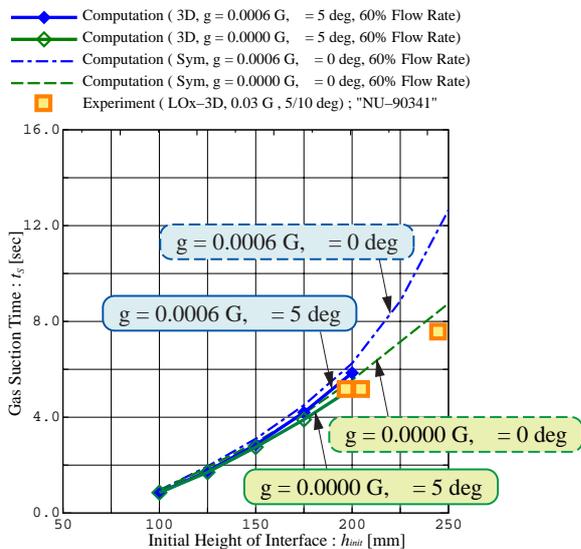


Fig.12 Gas Suction Time as a Function of Initial Interface Height.

間  $t_s$  [sec]に注目し、初期液位  $h_{init}$  と初期液面傾斜  $\phi$  を色々に変えた場合の計算結果をプロットすると Fig.12 を得る。この図から、エンジンの再々着火前のように  $g$  と  $h_{init}$  がともに小さな場合には、ガス吸込み時刻  $t_s$  が  $\phi$  にほぼ関係なく、 $h_{init}$  だけで良く整理できると分かる。

Fig.12 には、 $We$  数と  $Fr$  数の一致から導かれる相似則に従い、模型タンクを使用して実施された落下塔実験データ<sup>[14]</sup> を、実機スケールに換算してプロットした。タンク内臓品の有無などの差異はあるが、両者を比較すると良好な一致が認められることから、CIP-LSM を用いた自由表面流解析により、排出問題を適切に模擬できると言える。

今後は、加速度や流量が時間的に変化する場合など、地上試験では再現が困難な条件を課して数値解析を行い、限られ

た飛行データ等も活用して、宇宙環境での流体管理に関する様々な熱流動現象を明らかにしていくことが期待される。

#### 4. まとめ

以上に述べた議論を以下にまとめる。

- (1) Level Set 法の距離計測アルゴリズムを 3 次元一般曲線座標系で記述するとともに、これを自由表面流解析以外の用途に適用できることを示した。
- (2) 熱流動解析用に修正した CCUP 法(TCUP 法)と Level Set 法とを組み合わせた自由表面流解法である CIP-LSM のアルゴリズムを説明するとともに、遷移領域における流体物性値の算出法を検討した。圧縮性に関する物性値は気液両相の状態方程式を介して合理的に算出できるが、粘性係数や熱伝導係数などについては議論の余地がある。
- (3) 密度比が大きな気液界面近傍の計算を安定に進めるために、指数関数型の近似 Heaviside 関数(Type E)を提案した。
- (4) CIP-LSM を用い、液体ロケット上段推進系で問題となる排出問題の 3 次元解析を行い、対応する実験データと良好に一致する結果を得ることができた。

宇宙開発利用のための流体管理技術を確認するためには、自由表面流の数値解析技術を向上させて援用し、実験と実運用を通じて得られる知見を補完することが重要である。

#### 謝辞

LSM を自由表面流解析以外の流体解析に利用する着想は、航空宇宙技術研究所の山本一臣氏との議論に負うところが非常に大きく、東京大学院生の青塚瑞穂氏からも貴重な意見をいただいた。また、H-IIA ロケットに関する数値解析結果の評価に関して、宇宙開発事業団の今野彰氏、坪井正徳氏、福添森康氏から様々な助言をいただいた。ここに記して謝意を表する。

#### 参考文献

- [1] Basil. N. Antar and Vappu S. Nuotio-Antar (1993), CRC Press, ISBN 0-8493-8913-5.
- [2] 姫野武洋 渡辺紀徳, 日本機械学会論文集 65-635, B (1999), pp.2333-2340
- [3] 姫野武洋, 東京大学博士論文(2001)
- [4] T. Himeno, T. Watanabe and A. Konno, AIAA-2001-3822 (2001)
- [5] M. Sussman, P. Smereka, and S. Osher, J. Comput. Phys. 114, (1994), pp.146-159
- [6] T. Yabe and P. Y. Wang (1991), J. Phys. Soc. Japan, vol.60, pp.2105-2108
- [7] 姫野武洋 渡辺紀徳, 第 11 回数値流体力学シンポジウム講演論文集 (1997), pp.345-346
- [8] T. Yabe and E. Takei (1988), J. Phys. Soc. Japan, vol.57, pp.2598-2601
- [9] J. U. Brackbill, D. B. Kothe, and C. Zemach, J. Comput. Phys. 100, (1992), pp.335-354
- [10] 姫野武洋 渡辺紀徳, 日本機械学会第 14 回計算力学講演会講演論文集 (2001), pp.653-654
- [11] M. Sussman and E. Fatemi, SIAM J. Sci. Comput, vol.20, no.4 (1999), pp.1165-1191.
- [12] 姫野武洋 渡辺紀徳, 日本応用数理学会年会講演論文集 (2000)
- [13] 横井研介, 日本機械学会第 14 回計算力学講演会講演論文集 (2001), pp.695-696
- [14] 三菱重工業(株)名古屋航空宇宙システム製作所 (1996), H-II ロケット上段の再々着火技術の研究, 宇宙開発事業団資料, NU-90341, 4.2.2, pp.1-93.

<http://park.itc.u-tokyo.ac.jp/jetlab/themes/twophase/twophase.html>