風力タービン用翼型に発生するはく離泡の数値解析

Numerical Analysis of Separation Bubble on an Airfoil for Wind Turbines

木枝 香織, (株)エイ・イー・エス, 〒305-0032 つくば市竹園 1-6-1, k.kieda@aist.go.jp
 小垣 哲也, 産業技術総合研究所, 〒305-8564 つくば市並木 1-2, kogaki.t@aist.go.jp
 松宮 輝, 産業技術総合研究所, 〒305-8564 つくば市並木 1-2, h-matsumiya@aist.go.jp
 谷口 伸行, 東京大学情報基盤センター, 〒113-8658 文京区弥生 2-11-16, ntani@iis.u-tokyo.ac.jp
 小林 敏雄, 東京大学生産技術研究所, 〒153-8505 目黒区駒場 4-6-1, kobaya@iis.u-tokyo.ac.jp
 Kaori KIEDA, A.E.S. Co., Ltd., 1-6-1, Takezono Tsukuba-shi, Ibaraki, 305-0032, Japan
 Tetsuya KOGAKI, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, 1-2, Namiki, 305-8564
 Hikaru MATSUMIYA, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, 1-2, Namiki, 305-8564
 Nobuyuki TANIGUCHI, University of Tokyo, 2-11-16, Yayoi, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8658, Japan
 Toshio KOBAYASHI, University of Tokyo, 4-6-1, Komaba, Meguro-ku, Tokyo, 153-8505, Japan

In order to understand and predict the low Reynolds number phenomena observed on wind turbine blades, especially formation of separation bubbles, the flow fields around an airfoil for wind turbines are numerically analyzed. The results show a discontinuity in the pressure coefficient distribution around the airfoil. This discontinuity captures the formation of a separation bubble at a certain location, which shows good agreements with experimental results. From visualization of flow fields, the mechanism of separation bubbles is recognized as follows: after vortexes formation and growth in the separated boundary layer, the vortexes distortion and transition to 3-dimensionality follow, then the flow field becomes fully turbulent.

1. はじめに

クリーンで非枯渇性の再生可能エネルギー資源として、風力エネルギーの利用が広がっている。風力タービンでは事実上定格風速がなく、タービンブレードの運転レイノルズ数(Re)範囲が広いことが特徴で、Re が $10^5 \sim 10^6$ オーダーの低 Re 領域のブレード性能が風力タービンの性能に影響を与える。低 Re 領域では、大規模な層流はく離や、層流はく離後の乱流遷移、流れの再付着によるはく離泡形成などの複雑な現象が発生するが、特にはく離泡形成により翼性能は高く維持されるため、その物理的理解は重要である⁽¹⁾。本研究では、はく離泡形成の予測と現象解明を目的に、風力タービン用翼まわり流れの数値シミュレーションを実施した。

Navier-Stokes 方程式 (N-S 方程式) を直接解く方法: 数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics: CFD) によるはく離泡の研究では、 $Re \sim 10^5$ のオーダーの流れについて、Lin and Pauley⁽²⁾や Tatineni and Zhong⁽³⁾の 2 次元計算で、翼面上のはく離泡の流れ構造を再現したとの報告がある。Lin らは、格子に依存しない滑らかな解は、流れのはく離から再付着する領域で、翼面に垂直な方向と流れに平行な方向の両方に十分な格子点数がとられたときに得られると報告している。Large Eddy Simulation (LES 計算) では、Fujiwara ら⁽⁴⁾が翼列について、加藤⁽⁵⁾が単独翼について、はく離泡のシミュレートに成功している。加藤は Subgrid-scale(SGS)モデルに Smagorinsky モデルを適用したものと、Dynamic SGS モデルを適用したものと結果を比較し、Smagorinsky モデルでは層流境界層または遷移領域に過剰な SGS 渦動粘性が作用し、解析結果が実際の流れ場と異なることを指摘している。松尾⁽⁶⁾による $Re=1.5 \times 10^6$ の Smagorinsky モデルによる計算からも、SGS モデルの見直しの必要性が指摘されている。 $Re=10^7$ のオーダーの流れに関して、Spalart⁽⁷⁾は航空機用翼型まわりに必要な格子分割数を見積もり、現状の計算機性能では能力が不足することから、境界層とはく離の計算にはレイノルズ平均したモデル (RANS モデル) を用い、はく離位置より下流側は LES 計算とする Detached Eddy Simulation (DES) を提案している。

本研究では、上述の研究成果より有効と考えられる CFD

による数値解析手法により、対流項に風上スキームを適用する計算安定化手法を用いた解析と LES の Dynamic SGS モデルによる解析を実施した。これらの解析結果からはく離泡の流れの構造について考察する。また、検証のために 2 次元計算を実施した。

解析対象は、風力タービン用に設計された 2 種類の翼型、MEL012 と M-F071 であり、風洞実験結果からはく離泡形成が確認された条件の計算を実施した。これらの翼型は、与えられた設計値に対し逆問題を解いて求められ、風力タービンに適した性能を持つ翼型 MEL002⁽¹⁾を元に設計された。MEL002 の翼面座標を多項式表示したものが MEL012 であり、翼型特性は類似している。MEL002 の高 Re 領域での性能低下等に改善を施した翼型が M-F071 である⁽⁸⁾。

2. 解析方法

非圧縮非定常な三次元流れ場を、一般座標系におけるコロケート格子系有限差分法^{(9), (10)}で解いた。基礎式は N-S 方程式(1)と連続式(2)である。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

ここで、 u_i , p , ρ , ν はそれぞれ速度ベクトルの各成分、圧力、密度、分子動粘性係数を表している。

解析手法には、式(1)の対流項に 2 次精度風上差分スキームである QUICK スキーム⁽¹¹⁾を用いる手法と、乱流による流れ場への寄与をより物理的考察に基づいて計算する LES の Dynamic SGS モデルを適用する手法とを選択し、これらの計算結果を比較検討した。

LES 計算では、式(1)にフィルター操作を施す。フィルターを施された変数 ψ を $\bar{\psi}$ で表すと、

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \bar{u}_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad : \text{SGS 応力} \quad (4)$$

$$\bar{u}_i \quad : \text{Grid-scale (GS)速度成分}$$

となる．ここで，SGS 応力： τ_{ij} は分子粘性からの類推で以下のようにモデル化される．

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \bar{S}_{ij}, \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

局所平衡を仮定し，乱流動粘性係数 ν_t を次元的考察から粘性散逸 ε と空間フィルター幅 Δ で表したものが Smagorinsky モデルであり，以下のようになる．

$$\nu_t = -2C\Delta^2 |\bar{S}|, \quad |\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (6)$$

ここで， C はモデル定数である．Dynamic SGS モデルでは，式(3)にさらに Filter 操作を施し，直接計算されている GS 速度場から最小スケール成分を抽出することにより，モデル定数 C を動的に決定する^{(12),(13)}．本計算では，モデル定数 C はスパン方向に平均した値を用いており，分母が 10^{-5} より小さいとき $C=0$ とした．

LES 計算では，対流項の風上化による数値粘性誤差を避けるため 4 次精度中心差分を適用したが，速度場に振動が現れた．これを抑えるために速度場に陽的フィルター操作を施した^{(14),(15)}．陽的フィルター操作とは以下の関数を定義し，

$$\psi 1(i) = \frac{\psi(i+1) + \psi(i-1)}{2} \quad (7)$$

$$\psi 2(i) = \frac{\psi(i+2) + \psi(i-2)}{2} \quad (8)$$

$$\psi 3(i) = \frac{\psi(i+3) + \psi(i-3)}{2} \quad (9)$$

陽的フィルターを施された変数 $\hat{\psi}(i)$ を

$$\hat{\psi}(i) = A \cdot \psi(i) + B \cdot \psi 1(i) + C \cdot \psi 2(i) + D \cdot \psi 3(i) \\ \hat{\psi}(i) = (1 - 10D) \cdot \psi(i) + 15D \cdot \psi 1(i) - 6D \cdot \psi 2(i) + D \cdot \psi 3(i) \quad (10)$$

と表せ， D の選択に任意性が残る．このとき，

$$\hat{\psi} \approx \psi + \frac{D}{2} \cdot \psi^{(6)} \Delta i^6 \quad (11)$$

であり，速度場に陽的フィルターを施した場合には，速度の 6 階微分の項が生じ，一般座標系を用いる場合これは連続式の残差となる． D の値を小さくとれば，フィルターの効果が緩和されるが，残差の影響も小さい．Lele⁽¹⁴⁾によれば， $D=1/32$ であるが，本計算では試行錯誤の結果， $D=1/128$ とし，25 サイクルに 1 回陽的フィルター操作を施した．

N-S 方程式の他の項は 2 次精度の中心差分，時間進行法は対流項に 2 次精度 Adams-Bashforth 法，粘性項に Crank-Nicolson 法を適用した．解析に用いたコードは小垣による⁽⁹⁾．境界条件は，翼型表面上は「滑りなし」とし，上流側は乱れの無い一様流速度 u_∞ を与え，下流側は速度に対流境界条件を課し⁽¹⁶⁾ 圧力は 0 とした．また，スパン方向には周期条件を課した．計算には，日立製擬似ベクトル並列型スーパーコンピュータ SR8000 を用いた．

3. 解析結果

3.1 解析手法の比較

まず，MEL012 まわりの流れ場の計算結果について，QUICK スキームによる計算結果と LES の Dynamic SGS モデルによる計算結果を比較する．設定条件は， $Re=2 \times 10^5$ ($Re=c \cdot u_\infty / \nu$ ， c : 翼弦長， u_∞ : 一様流速度)，迎え角 $\alpha=4^\circ$ である．解析格子を図 1 に示す．C 型格子を採用し，座標の原点は翼型の前縁に一致させ，流れ方向に x_1 ，スパン方向に x_3 ，これらに垂直に x_2 とした．後流域の長さは $18c$ ，スパンは $0.5c$ とした．格子分割数は $71 \times 343 \times 49$ (約 120 万点)，翼面上格子点数は 241 である．時間間隔は QUICK スキームによる計算では

Figure 1 MEL012, The computational grid

Figure 2 MEL012, $Re=2 \times 10^5$, $\alpha=4^\circ$; Pressure coefficient around the airfoil

$\Delta T=3.3 \times 10^{-5}$ ，LES 計算では $\Delta T=1.0 \times 10^{-4}$ とした．ここで T は， $T= u_\infty t / c$ (t : 時間) で定義される無次元時間である．求めた速度場より壁面摩擦速度 u_τ を求め， Δy を壁面から第一格子点までの距離として無次元距離 $y^+ = Re \cdot \Delta y \cdot (u_\tau / u_\infty)$ を求めると，これは 0.3 程度であり，壁面に垂直方向に関しては粘性低層内に格子が数点取られ，滑りなし条件適用の目安を満足している．

図 2 は平均流の翼まわりの圧力係数 ($C_p = (p - p_\infty) / (\frac{1}{2} \rho u_\infty^2)$) 分布であり，横軸の x/c は，翼の前縁から翼弦に沿った長さを翼弦長で割ったものである．ここで平均流とは，時間ならびにスパン方向に平均した流れ場を指すこととする．で示した風洞実験結果には，翼上面の $x/c=0.58$ から 0.74 の領域にはく離泡の存在を示す不連続部が存在する．実線が LES による計算結果，破線が QUICK スキームによる計算結果であり，両計算結果とも実験結果と同じ領域に不連続部が存在し，はく離泡の形成を捉えていると考えられる．両者の違いははく離が始まる領域と再付着する領域に現れており，LES 計算結果の方が実験結果に近い．

図 3 に翼上面の平均流の速度と乱れのプロファイルを示す．実線が LES による計算結果，破線が QUICK スキームによる計算結果であり，で示したものは，MEL002 の風洞実験結果である⁽¹⁸⁾．実験は $Re=1.3 \times 10^5$ の結果であり，この条件においてもはく離泡の形成が確かめられているが，計算とは Re が異なるためここでは定性的な比較に限定する．また，実験は，熱線流速計により測定されたため，逆流域の計測精度には限界がある．翼面上のはく離泡は，迎え角が同じで Re が異なるとき，はく離点は大きな影響を受けないが，再付着点は Re が大きいほど乱流遷移が早く起きるため前縁側に移動し，はく離泡は小さくなる．ここでは Re が異なる実験結果と計算結果とを比較するために，はく離泡の大きさを揃える変換を実験結果の翼弦方向の位置 x/c に施した．翼面に垂直な方向 (y/c) には変換は施していない．また， C_p 分布から見積もられる最大速度を一致させるため，実験結果の

Figure 3 MEL012, $Re=2 \times 10^5$, $\alpha=4^\circ$; Velocity Profile

速度 u に $\{U(Re=2 \times 10^5)|_{\max}/U(Re=1.3 \times 10^5)|_{\max}\} \cdot u$ という変換を施した。ここで、 $U|_{\max}$ は C_p より計算される翼まわり速度 $U=(1-C_p)^{1/2}$ の最大値である。

図 3 を見ると、双方の計算結果ともに、 $x/c=0.63$, $x/c=0.71$ で逆流域が形成され、その後、 $x/c=0.78$ では逆流域はなくなり、平均流は再付着している。 $x/c=0.58$, $x/c=0.63$ では、実験結果の境界層厚さは LES の計算結果と同等かより薄い。 $Re=2 \times 10^5$ の実験結果では境界層はさらに薄いと想像され、LES 計算結果の方が QUICK キームによる計算結果と比べ実験結果に近いことが裏付けられる。 $x/c=0.71$ では、QUICK スキームによる計算結果と実験結果が良く一致しているが、 $Re=1.3 \times 10^5$ の結果と一致しているということは、設定した $Re=2 \times 10^5$ よりも低い Re になっていると解釈できるだろう。計算結果の乱れ成分は、実験値と比較して大きい。はく離泡の上流側の領域である $x/c=0.58$, $x/c=0.63$ においても、計算結果はかなり大きな乱れを示している。はく離領域に形成される流れの変動成分が、実験的に得られるものと比較して強いことが想像されるが理由は明らかでは無く、格子サイズとの関係なども含め今後の検討課題である。

平均流の揚力係数 C_l 、抗力係数 C_d とモーメント係数 C_m を表 1 に示す。実験結果は翼まわりの C_p 分布より求めており、計算結果は表面摩擦による影響も含むが、From pressure と記した C_d は翼まわりの C_p 分布より求めた。LES による計算結果の方が実験値に近く、精度が良いといえるだろう。

LES 計算の結果から、はく離泡の流れの様子を調べる。図 4 (a) は、LES 計算結果の瞬時速度場において、はく離点の上

Table 1 MEL012, $Re=2 \times 10^5$, $\alpha=4^\circ$; Time averaged C_l , C_d and C_m

Case	C_l	C_d (From pressure)	C_d	C_m
Experiment	0.922	0.015		-0.115
QUICK	0.931	0.020	0.025	-0.123
LES	0.918	0.016	0.021	-0.116

Figure 4 Flow patterns

Figure 5 MEL012, $Re=2 \times 10^5$, $\alpha=4^\circ$; Distribution of v_1 normalized by v (v_1/v)

流に配置したパーティクルの動きを曲線に表示したものである。図 4 (b) は、レーザーライトシート法による MEL002 翼型の流れの可視化実験結果であり、 $Re=1.3 \times 10^5$ の結果である⁽¹⁸⁾。層流はく離後の境界層の発達と渦の巻き上がりが確認でき、より下流では 3 次元的に複雑な軌跡を示し、シミュレーション結果と実験結果は良く一致する。渦の巻き上がりとその渦構造の 3 次元的な複雑化の過程により、 C_p 分布に不連続な領域が現れると考えられる。この流れの様子は QUICK スキームによる結果とも一致し⁽¹⁹⁾、はく離泡のメカニズムに代表される大きな流れの構造には、解析手法による顕著な相違は見られなかった。

LES の Dynamic SGS モデルがどのように機能しているかを調べるために、図 5 に瞬時の v_1 分布を v との比で示す。図中に示した x/c の値は、図中の直線と翼上面との交点が係る x/c の位置を示している。 v_1 は概ね再付着領域である $x/c=0.74$ 付近より下流側及び後流に分布している。この領域の計算結果には流れの非定常性と 3 次元性が顕著に表れ、乱流遷移していると考えられる領域であり、物理的に妥当な分布を示している。

3.2 はく離泡の流れ場

次に、翼型 M-F071 の計算結果について解析する。設定条件は風洞実験よりはく離泡形成が確認された、 $Re=2 \times 10^5$, $\alpha=10^\circ$ である。格子分割数は $84 \times 411 \times 49$ (約 170 万点)、翼面上格子点数は 269 である。計算領域の大きさは後流域の長さは翼弦長 c の 14 倍とり、上流側は $8c$ 、スパンは $0.5c$ とし、時間間隔は $\Delta t=5.0 \times 10^{-5}$ とした。ここでは、QUICK スキームによる安定化手法を選択し、2 次元計算と 3 次元計算を実施した。

C_p 分布を図 6 に示す。2 次元計算結果は無次元時間 18 の時間平均、3 次元計算結果は無次元時間 5 の時間平均とスパン方向平均をとった。3 次元計算結果には、実験結果と同じ

Table 2 M-F071, $Re=2 \times 10^5$, $\alpha=10^\circ$; Time averaged C_l and C_d

Case	C_l (From pressure)	C_l	C_d (From pressure)	C_d	C_m (From pressure)
Experiment	1.305		0.024		-0.063
2-D. comput.	1.370	1.400	0.032	0.494	-0.097
3-D. comput.	1.401	1.403	0.025	0.029	-0.092

Figure 6 M-F071, $Re=2 \times 10^5$, $\alpha=10^\circ$; Pressure coefficient around the airfoil

Figure 7 M-F071, $Re=2 \times 10^5$, $\alpha=10^\circ$; Power spectrum of pressure

Figure 8 M-F071, $Re=2 \times 10^5$, $\alpha=10^\circ$; Surface plots of $dp=p-\langle p \rangle$ and $du_1=u_1-\langle u_1 \rangle$ ($\langle \cdot \rangle$: spanwise mean)

位置にはく離泡の存在を示す不連続が存在し、はく離泡シミュレーションの再現性が確認された。2次元計算結果にも、実験の不連続部と同じ位置に不連続部が現れるが、これより下流側で実験値と合っていないことがわかる。2次元の計算ケースにおいて平均流の流線を調べたところ、第二のはく離領域(図中、Extra bubble と示した領域)が下流側に形成されていることが明らかとなった。再付着後の流れは3次元流れ場が支配的となり、これを考慮しない2次元計算では正しく現象がシミュレートされないと考えられる。

表2は平均流の C_l , C_d と C_m である。From pressure と示したものは、翼まわりの圧力分布から求めており、それ以外は表面摩擦を考慮している。2次元計算、3次元計算ともに C_l が高めにしているのは今後の検討課題である。表面摩擦を考慮した2次元計算の C_d 値は実験結果と大きく異なるが、渦の強さやその挙動が実際の現象と異なるため、これらの渦による表面摩擦が過大に評価されるためと考えられる。

図7には、はく離泡形成領域の圧力パワースペクトルを示す。風洞実験結果は早稲田による⁽²⁰⁾。横軸は一樣流速と翼弦長 c で無次元した周波数である $x/c=0.325$ 付近でピークが現れ、下流に行くにつれピーク周波数のパワーは増加し、 $x/c=0.4$ 近傍で最大となりこの領域で2つのピークが観察される。さらに $x/c=0.5$ ではパワーレベルの減少が観測された。これらの様子は、ピーク周波数の予測に誤差はあるが、計算結果と実験結果で定性的に一致する。このようなパワースペクトルの変化は、図4に示したはく離した境界層と渦の成長、その後の複雑化の過程に対応していると考えられる。

図8に流れの様子を、瞬時の圧力場及び流れ方向速度成分からスパン方向に平均した値を引いた値 $dp=p-\langle p \rangle$, $du_1=u_1-\langle u_1 \rangle$ の等値面を示す。 $\langle \cdot \rangle$ は、スパン方向に平均した値を示しており、 p と u_1 はそれぞれ ρu_∞^2 と u で無次元化している。 dp が局所的に負を示す領域が渦運動の特徴を表現しているとみなし、 dp の負の等値面に着目する。流れがはく離する領域にライン状の分布が観察されるが、これはスパン方向に平均した渦中心位置と、実際の3次元渦中心の分布とのずれにより生じ、この領域での渦の曲がり性を示している。これより下流側は、より細かい流れの3次元渦構造が存在し、乱流への遷移を現していると考えられる。翼の後縁付近には、 du_1 が負を示す低速領域と、これを跨ぐ dp 等値面のアーチ型の構造が観察され、アーチ型の渦構造の存在が示唆される。

4. まとめ

今回の解析で、はく離泡形成が3次元CFD計算でシミュレートされ、 C_p 分布は実験値と良く一致した。はく離泡形成のメカニズムは一定程度明らかとなり、そのメカニズムにおいて流れの非定常性および3次元性が本質的であることが判明した。本研究で得られた知見を以下に示す。

- (1) 計算結果の翼まわり C_p 分布には、実験結果と同様な不連続部が現れ、はく離泡の形成が捉えられた。
- (2) LES 計算による結果は、風上スキームを用いた計算結果に比べ、実験値とより良く一致した。
- (3) はく離泡のメカニズムは、はく離した層流境界層の発達と渦への巻き上がり、その後の渦構造の3次元複雑化の過程と理解される。
- (4) 2次元計算は、流れの3次元への遷移を捉えられないため、3次元流れが支配的な領域の流れ場を正しく再現できないことが明らかとなった。
- (5) はく離泡が形成される領域の圧力変動を風洞実験結果と比較した結果、定性的に一致した。

参考文献

- (1) 松宮輝・小垣哲也・飯田誠・木枝香織, “高性能翼型の開

- 発”, ターボ機械, 29-9(2001), pp.519-524. .
- (2) Lin, J. C. M. and Pauley, L. L., “Low-Reynolds- Number Separation on an airfoil”, AIAA J., Vol. 34, No. 8(1996), pp.1570-1577.
- (3) Tatinei, M., Zhong, X., “Numerical Simulation of Unsteady Low-Reynolds-Number Separated Flows over Airfoils”, AIAA Journal, Vol.38, No.7(2000), pp.1295-1298..
- (4) Fujiwara, H., Arakawa, C., “LES of TL10Turbine Blade Row”, 第 14 回数値流体力学シンポジウム(2000), p.59 .
- (5) 加藤千幸, “ 2 次元翼周りの流れの LES 解析 ”, 第 16 回生研 NST シンポジウム(2001), pp.48-59 .
- (6) 松尾裕一, “ 差分法による翼まわり流れの LES ”, 第 12 回数値流体力学シンポジウム(1998), p.153-154 .
- (7) Spalart, P. R., Jou, W-H., Strelets, M., Allmaras, S. R., “Comments on the Feasibility of LES for Wings, and a Hybrid RANS/LES Approach”, 1st AFOSR Int. Conf. on DNS/LES(1997).
- (8) 松宮輝・小垣哲也・高橋則之・飯田誠・早稲田一嘉, “ 風車用新 MEL 翼型の開発と実験的検証 ”, 第 22 回風力エネルギー利用シンポジウム, 日本風力エネルギー協会(2000), pp.92-95 .
- (9) 小垣哲也・小林敏雄・谷口伸行, “ 非圧縮性乱流数値解析に適した一般座標系差分スキーム (第 1 報, 座標変換後の基礎方程式の解析的保存特性と適切な差分スキームの一般座標系への拡張) ”, 機論 B, 65-633(1999), pp.1559-1567 .
- (10) 小垣哲也・小林敏雄・谷口伸行, “ 非圧縮性乱流数値解析に適した一般座標系差分スキーム (第 2 報, 一般座標系差分スキームの検証) ”, 機論 B, 65-633(1999), pp.1568-1576 .
- (11) Leonard, B. P., “A Stable and Accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation”, Computer Meth. Appl. Mech. Engng., 19(1979), pp.59-98.
- (12) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W. H., “A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model”, Phys. Fluids, Vol.A3, No.7(1991), pp.1760-1765.
- (13) Lilly, D. K., “A Proposed Modification of Germano Subgrid-scale Closure Method”, Phys. Fluids, Vol.A4, No.3(1992), pp.633-635.
- (14) Lele, S. K., “Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution”, J. Computational Physics Vol.103(1992), pp.16-42.
- (15) 小垣哲也, “ 複雑形状乱流場解析に適した一般座標系差分スキームの構成とそのラージエディシミュレーションへの応用 ”, 東京大学博士論文(1999) .
- (16) 載毅・小林敏雄, “ 一樣流に流される渦の流出境界条件の検討 ”, 機論 B, 58-546(1992), pp.313-320 .
- (17) 戸江由也, “ 風車用新翼型の系統的風洞試験 ”, 茨城大学修士論文(1991) .
- (18) 坂田進, “ 低レイノルズ数における翼型近傍の流れと剥離泡 ”, 茨城大学修士論文(1997) .
- (19) Kieda, K., Kogaki, T., Matsumiya, H., Taniguchi, N., Kobayashi, T., “Numerical Simulation of 3-Dimensional Flow Fields around an Airfoil for Wind Turbine”, AIAA-2001-0057, 20th ASME WIND ENERGY SYMPOSIUM(2001), Reno, USA
- (20) 早稲田一嘉, “ 風車用翼型の剥離泡の圧力場特性 ”, 茨城大学修士論文(2001) .