

# 大規模 DNS による平行平板間乱流における乱流構造の解明

Study of turbulence structure through large-scale DNS of turbulent channel flow

河村 洋\*

\*東京理科大学理工学部

Hiroshi Kawamura

\*Tokyo University of Science

E-mail:kawa@rs.noda.tus.ac.jp

## 1 平行平板間乱流の直接数値シミュレーションの進展

### 1.1 平行平板間乱流

固体壁に接する乱流は壁乱流と呼ばれ、実用的に重要な乱流である。その形態はむろん無数に存在するが、基本的な形態としては、境界層乱流と管内乱流に分けられる。この両者の大きな違いは、境界層乱流がつねに主流（非乱流部分）に接して流れ方向に発展していくのに対し、管内乱流は、十分下流では（断面形状が一定なら）発達した状態に達する点にある。実験的には、境界層乱流も広く研究の対象とされているが、数値シミュレーションでは発達途上の流れは扱いにくいので、管内流のシミュレーションの方が圧倒的に数多く行われている。管内流で実用上一般的なのは円管内流れであるが、数値計算上は、円管内流よりも平行平板間流れの方が扱いやすく、これに関する DNS（直接数値シミュレーション）が広く行われてきた。平行平板間乱流とは、無限に大きな平行平板間を仮定し、その間に流れる乱流で、チャンネル乱流とも呼ばれる。本稿では、平行平板間乱流の DNS の進展と、筆者らの得ている結果に見られる乱流構造について述べさせていただきたい。なお、一般に平行平板間乱流（チャンネル乱流）というと、一定の圧力勾配で駆動される流れ（ポアズイユ乱流）を指すことが多い。本稿でも、とくに断らない限りはポアズイユ乱流を扱い、最後に一部、クエット乱流（平板が移動することによって駆動される乱流）についても述べる。

### 1.2 平行平板間乱流に関する DNS の歴史と現状

最初の乱流の DNS は、1972 年に Orszag & Patterson[1]によって一様乱流（空間的に一様で固体境界のない仮想的な乱流）を対象として行われた。

固体壁に接する、より複雑かつ実的な乱流については、その後 15 年も経過後、平行平板間乱流に対して Kim ら [2] が最初に DNS の結果を発表している。この研究で対象としている平行平板間乱流はチャンネル(channel)乱流とも呼ばれ、その境界条件の単純さゆえに、壁に接する流れ場における乱流現象の基礎データを得るための手段として、この後多くの研究者によって研究され現在に至っている。固体壁付近の乱流のシミュレーションが一様乱流より困難である理由としては、固体壁付近で渦の大きさがさらに小さくなり、壁近傍の微小な構造

Table 1 : DNSs of turbulent channel flow

Authors	$Re_\tau$	Mesh	Domain ( $L_x \times L_y \times L_z$ )
Kim, Moin, Moser (1987) [2]	180	192×129×160	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$
Moser, Kim, Mansour (1999) [3]	180	128×129×128	$4\pi\delta \times 2\delta \times 1.3\pi\delta$
	395	256×193×192	$2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$
	590	384×257×384	$2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$
Abe, Kawamura, Matsuo (2001) [4]	180	256×128×256	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$
	395	256×192×256	$2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$
	640	512×256×256	$2\pi\delta \times 2\delta \times 2\delta$
Iwamoto, Suzuki, Kasagi (2002) [6]	110	48×65×48	$5\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$
	150	64×97×64	$2.5\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$
	300	128×193×128	$2.5\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$
	400	192×257×192	$2.5\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$
	650	288×257×384	$2.5\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$
店橋, 岩瀬, 塩川, 柳川, 宮内 (2001) [7]	100	128×129×128	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$
	180	192×193×160	$4\pi\delta \times 2\delta \times 2\pi\delta$
	400	256×385×192	$2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$
	800	512×769×384	$2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$

を解像する必要が生じるためである。

Kimら[2]が行った平行平板間乱流に関する最初のDNSにおいては、壁面摩擦速度 $u_\tau$ と平板間距離の半幅 $\delta$ で無次元化されたレイノルズ数で $Re_\tau=180$ であった。これは、断面内平均流速 $U_m$ と $2\delta$ で無次元化されたレイノルズ数で表すと $Re_m \sim 5,600$ 程度である。平行平板間の流れが乱流に遷移するのはレイノルズ数で $Re_m \sim 3,000$ であるから、彼らの計算した最初の平行平板間乱流は、層流から遷移したばかりのいわば若い乱流であるといえる。現実の流れでは、むしろこれよりも十倍も百倍も高いレイノルズ数が現れる。レイノルズ数が大きくなると、乱流渦の構造も複雑化し、細かい渦が現れるようになる。

現在までに行われてきたDNSの歴史は、この現実とシミュレーションの間の違いを埋めようとする歴史であるといえる。Table 1は、近年行われた代表的な平行平板間乱流のDNSをまとめたものである。この表からわかるように、最初のDNSが行われて以来、急速に発達を遂げてきた大型計算機の恩恵にあずかりながら、より現実的な、すなわちより高いレイノルズ数の計算が実現されてきている。比較的高いレイノルズ数のDNSは、Moserら[3]によって実施され、 $Re_\tau=590$ までのDNSデータベースが公開されている。その後、Abeら[4]が各種乱流統計量に対するレイノルズ数依存性をHussain-Reynolds[5]の実験に相当するレイノルズ数 $Re_\tau=640$ まで検討している。

また近年の乱流研究の傾向として、現実に近い乱流場を形成してその基礎特性を調べるだ

Table 2 : DNSs in large computational domain

Authors	$Re_\tau$	Mesh	Domain ( $L_x \times L_y \times L_z$ )
del Almo, Jimenez (2001) [8]	180	768×97×512	$12 \pi \delta \times 2 \delta \times 4 \pi \delta$
	550	1536×257×1536	$8 \pi \delta \times 2 \delta \times 4 \pi \delta$
Abe, Kawamura (2002) [9]	180	256×128×256	$4 \pi \delta \times 2 \delta \times 2 \pi \delta$
	395	512×192×512	$4 \pi \delta \times 2 \delta \times 2 \pi \delta$
	590	1024×256×1024	$4 \pi \delta \times 2 \delta \times 2 \pi \delta$

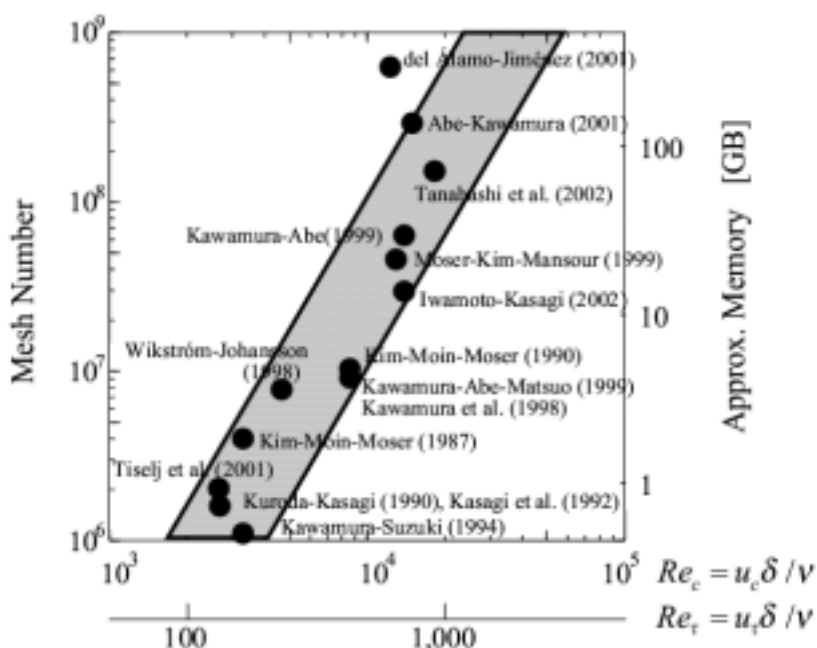


Fig. 1: Development of DNS on turbulent channel flow

けではなく、乱流を制御したり、乱流場中に現れるある特定の乱流構造の特徴に関する研究もなされるようになってきている。すなわち、Iwamotoら[6]は最高で  $Re_\tau=650$  の DNS を実施し、得られたデータを用いて乱流制御に役立てようとする試みを行っている。店橋ら[7]は乱流場中に現れる、平均流のスケールから考えると非常に小さいスケール（コロモゴロフスケール）の渦構造（コヒーレント微細渦と呼ばれている）に注目した研究を行っている。

上述した比較的高いレイノルズ数の DNS は、最小渦の解像に膨大な計算機能力をつぎ込む必要があるため、比較的狭い計算領域で行われてきた。しかしながら、境界層乱流、円管内乱流、平行平板間乱流などの壁乱流における高いレイノルズ数の実験では、外層の領域（壁から離れた粘性の影響の少ない領域）に、乱流において支配的な渦のスケールと比べると非常に大規模な構造が存在することが指摘されて来た。また、レイノルズ数の増加とともに、外層が内層（壁近傍の粘性の影響が大きい領域）へ及ぼす影響が、より顕著になる傾向も実

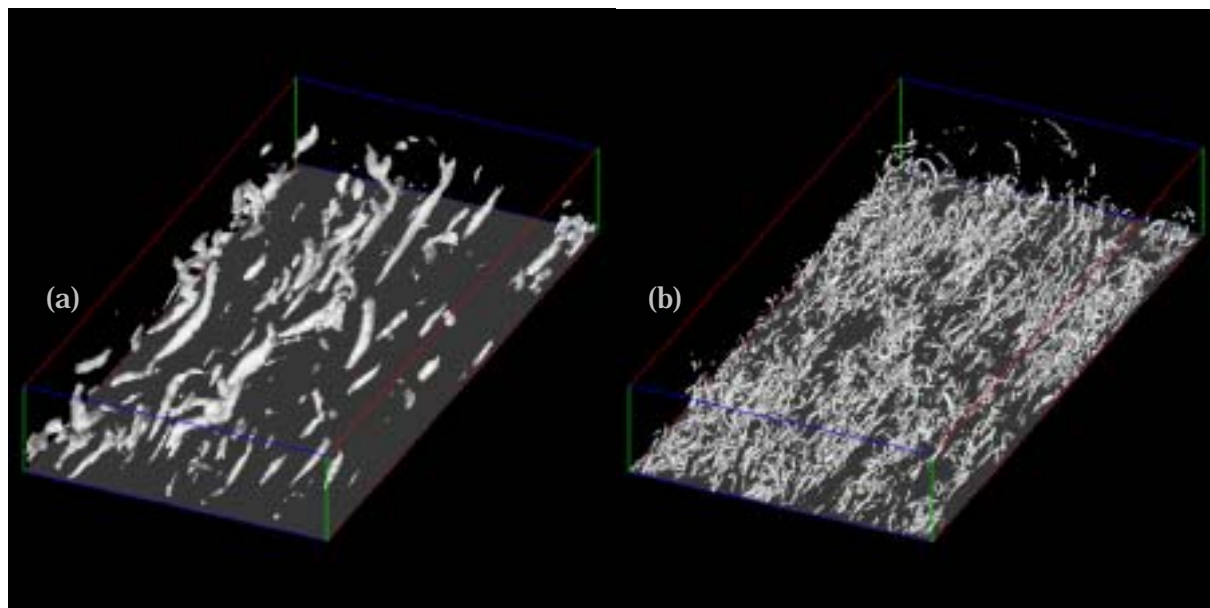


Fig. 2: Instantaneous view of vortex region (Second invariant of velocity gradient tensor); (a)  $Re_{\tau}=180$ , (b)  $Re_{\tau}=640$ .

験により指摘されている。そのため、最近では、このような大規模構造を捉えるほど大きな計算領域を設定し、かつ可能な限り高いレイノルズ数の DNS を行う必要性が強く認識されている。Table 2 は、計算領域が大きくかつレイノルズ数の高い計算例をまとめたものである。

Fig. 1 に、平行平板間乱流に関する DNS の発展の歴史を図示する。このように、近年の DNS の状況を概観してみると、最高のレイノルズ数でも最初に行われたものの 4.5 倍程度であり、この 15 年間の進歩としては比較的遅々とした歩みともいえる。他方、計算に用いられる計算格子点数では、この 15 年間で約 100 倍の増加があった。これは、いわゆるムーアの法則 (1.5 ~ 2 年ごとに半導体の集積度が倍増する) と比較すると、やや低く目ではあるが大略は一致する点が興味深い。

Fig. 2 は、渦の存在する領域 (変動速度勾配テンソルの第 2 不変量) の瞬時場を  $Re_{\tau}=180$  と 640 について比較して示したものである。表示している領域は、同じ大きさであるから、レイノルズ数の増加にしたがい、渦構造がどのように細くなるかを、直感的に比較してみることが出来る。レイノルズ数の増加に伴い、確かに渦構造が微細化し、それを解像するためにより多くの計算格子を必要とすることが、はっきりとわかる。

## 2 計算結果

平均速度分布を、Fig. 3 に示す。 $Re_{\tau}=640$  については、Hussain-Reynolds[5]の実験結果と比較しているが、十分よく一致している。レイノルズ数に対する依存性をみると、しばしば DNS が行われる  $Re_{\tau}=180$  では、たしかに対数速度領域は存在するものの、その値は大きい。レイノルズ数が増大するにつれ、対数速度領域での流速は低減し、速度欠損則の成立する領域 (以下では、境界層にならって“外層”とも呼ぶ) が明確に現れるようになる。つまり、 $Re_{\tau}=180$  で見られた対数領域は、対数速度領域と速度欠損則領域の合体したものであったことがわかる。それに対し、 $Re_{\tau}=640$  では、はっきりと両者が区別して現れる。このレイノルズ数では、

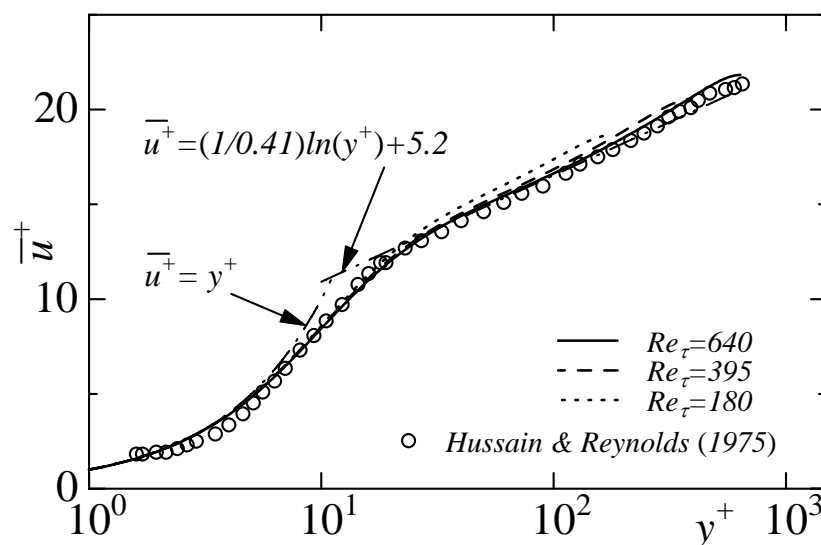


Fig. 3: Average streamwise velocity and its dependence upon the Reynolds number.

対数速度領域は、従来からよく知られた対数則（図中に記載）とよく一致する．定数値は 5.2 でやや大きいのが、これはレイノルズ数がさらに大きくなるとやや低下するかも知れない．

乱流強度（速度変動の二乗平均値，r.m.s. 値）を Fig. 4 に示す．流れ方向の変動分に対しては、同じレイノルズ数の実験値と比較できる．それによれば、速度欠損則領域での両者の一致は非常に良好である．壁近傍では、実験値が DNS よりもやや低いが、これは、他の DNS との比較にも見られるもので、固体壁近傍に於ける流速測定の高難度によるものと考えられている．各変動値のピークに着目すると、レイノルズ数の増加とともにピーク値も増加を続けており、このレイノルズ数の範囲では飽和することはないことがわかる．他方、乱流強度の各成分のチャンネル中心における値は、レイノルズ数によらずほぼ一定であり、横軸を壁面量（wall unit）でなくチャンネル半幅で無次元化すると、各レイノルズ数の乱流強度は、十分よくスケールされる（図示は省略している．）

次に、壁面せん断応力について考察する．まず Fig. 5 に、流れ方向壁面せん断応力の変動分の瞬時場を可視化した図を、 $Re_\tau=640$  の場合について示す．赤が相対的に壁面せん断応力の高い部分、青が低い部分である．流れは、左から右向きで、スパン方向（紙面の上下方向）の長さは、壁面量で約 4,100 が確保されている．よく知られた壁面近傍のストリーク構造は、 $\Delta z^+=100$  程度の間隔で発生するから、赤と青の細いストリークが、スパン方向に約 40 組現れることになるが、実際、その程度の本数のストリークがスパン方向に確認できる．

壁面剪断応力のスペクトル強度を、Fig. 6 に示す．Fig. 6(a) は、流れ方向（ $\tau_1$ ）およびスパン方向（ $\tau_3$ ）の壁面剪断応力変動分の流れ方向スペクトルである．このうち、 $\tau_1$  については実験値があり、低波数領域では DNS とよく一致している．他方、高波数領域では、実験値の方がやや低いが、これも、壁面剪断応力の高波数の変動を実験的にとらえることの困難さによるものと十分予想される．流れ方向スペクトルは、 $\tau_1, \tau_3$  とともに、このレイノルズ数範囲では、壁面量で十分よくスケールされるように見える．（ただし、 $Re_\tau=180$  のみは、高波数でやや低い値を示している．）

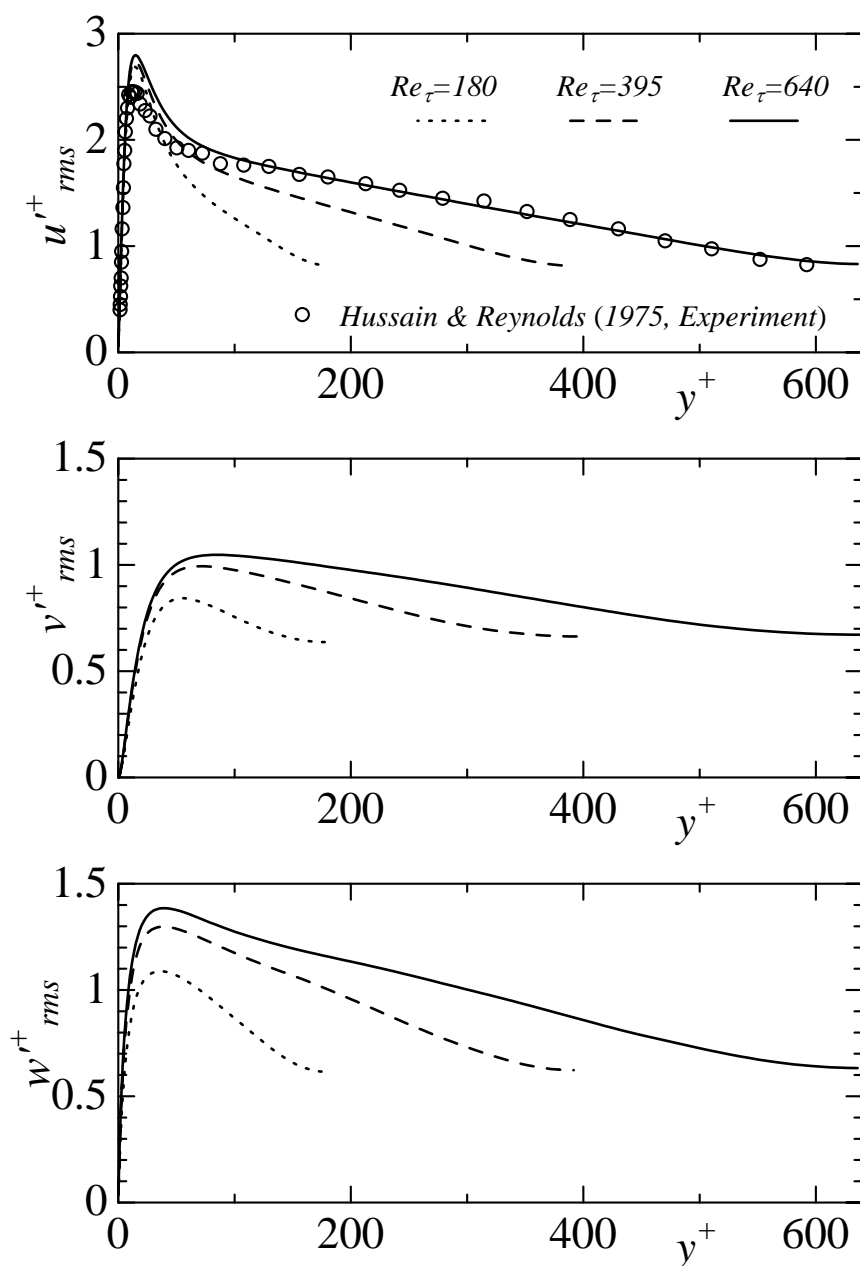


Fig. 4: Velocity fluctuation components and their dependence upon the Reynolds number.

他方, Fig. 6(b)は, スパン方向のスペクトル強度である. この場合は, 流れ方向のそれとは非常にことなる傾向が見られる. よく知られた  $\Delta z^+ = 100$  程度の間隔で発生する壁面近傍のストリーク構造は,  $k_z^+ = 0.06$  程度に相当する. 低レイノルズ数では確かにこの波数でスペクトル強度はピーク値を示すが, レイノルズ数が高くなるにつれて, この波数の強度は相対的に減少し, 他方, 低波数領域が顕著に増大している. また特徴的なことは, とくに  $Re_\tau = 640$  において (実線),  $k_z^+ = 0.008$  付近に, 小さな凸部が見られることである. 当初では, これは統計量の不足によるのではないかと思われたが, 計算の進行によっても, これは消えることなく有意な凸部であることがわかった. この原因については, 後に述べる.

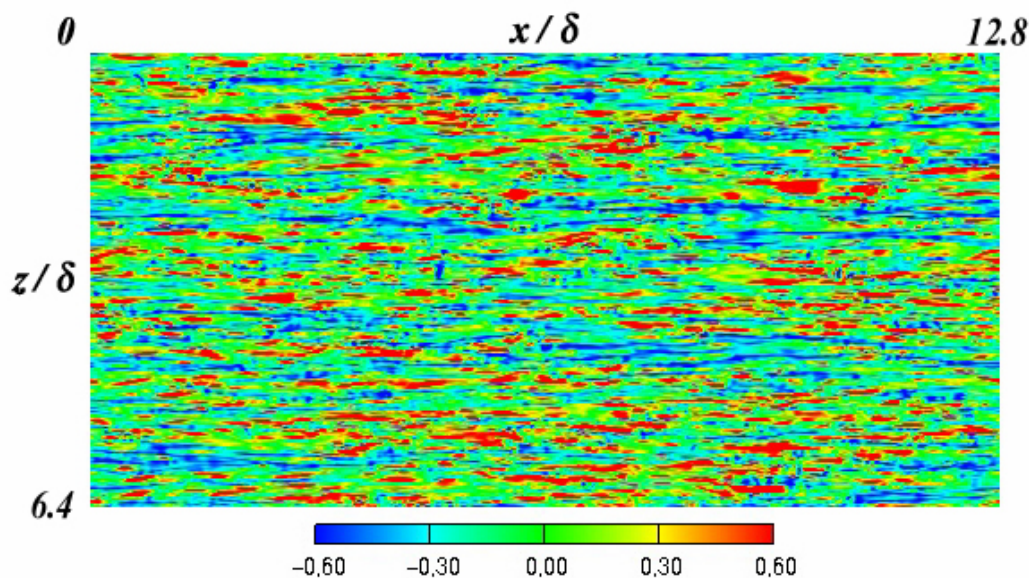


Fig. 5: Instantaneous view of streamwise wall shear stress fluctuation ( $Re_\tau=640$ ).

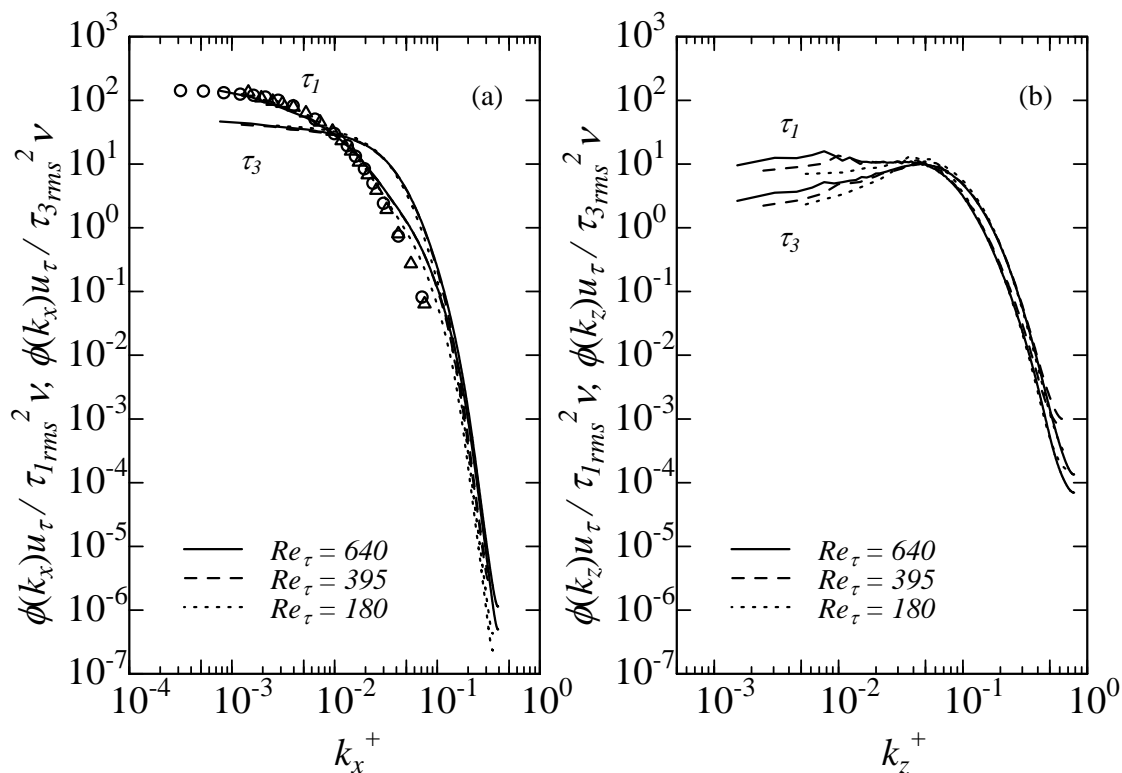


Fig. 6: Power spectra of streamwise ( $\tau_1$ ) and spanwise ( $\tau_3$ ) wall shear stress fluctuations; (a) Streamwise spectra, Experiment  $\circ$ , Wietrzak-Lueptow [10] ( $Re_\tau=896$ ),  $\Delta$ , Nepomuceno-Lueptow [11] ( $Re_\tau=751$ ); (b) Spanwise spectra.

### 3 中心付近に於ける大規模構造

スペクトル強度は単位波数あたりのエネルギー含有量と解釈できるが、スペクトル強度に波数をかけた量を Pre-multiplied Spectra (以下 PMS) とよび、横軸を波数または波長の対数に対してプロットしたときにエネルギー含有量を示す指標となることが知られている。こ

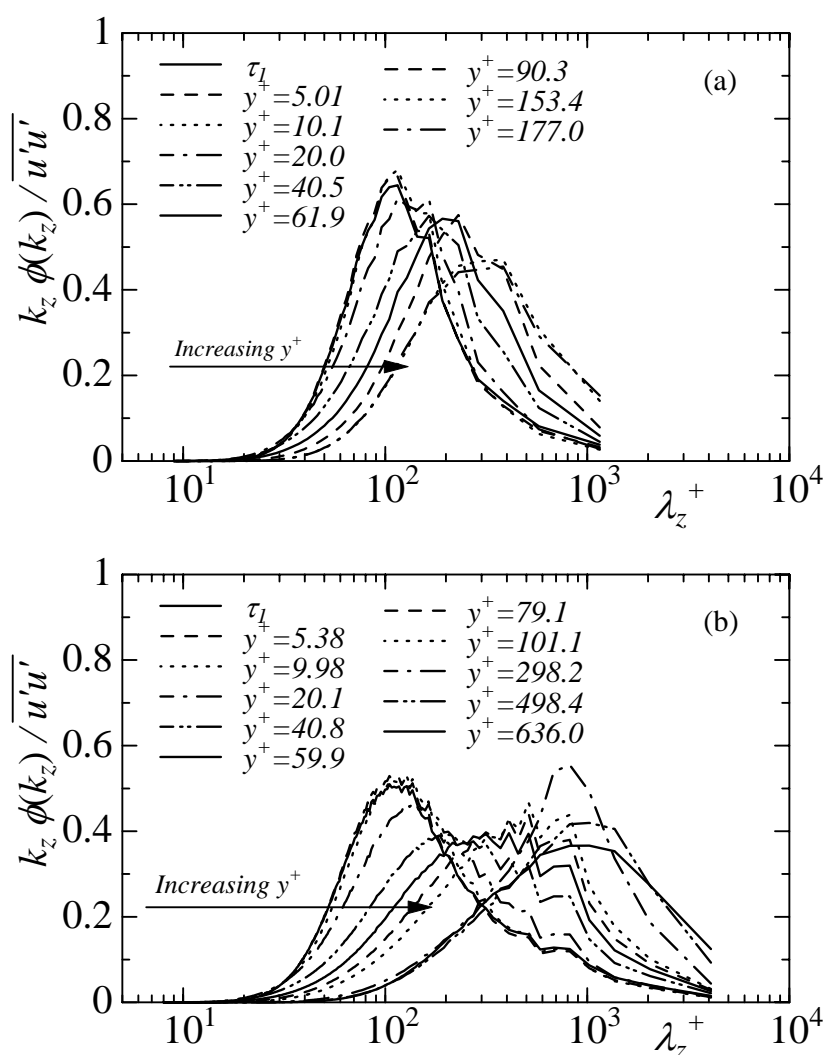


Fig. 7: Pre-multiplied spectra of spanwise velocity fluctuation; (a)  $Re_\tau=180$ , (b)  $Re_\tau=640$ .

の span 方向のスペクトルに対する PMS を二つのレイノルズ数に対して示したのが, Fig. 7 である. 横軸は, 波長の対数値としている. まず, 壁面近傍では, どちらのレイノルズ数でも,  $\lambda_z^+=100$  近傍にピークが現れる. これは, よく知られた壁面近傍でのストリーク構造に対応するものである. 中央部に移行するにしたがい, このピークの位置も長波長側に移動する.  $Re_\tau=180$  では, 外層 ( $y/\delta \sim 0.5$ ) に於けるピークの位置は,  $\lambda_z^+$  でおよそ 300 にある. このことは, 中心付近では, span 方向にチャンネル半幅 ( $\delta^+=180$ ) の約 1.3 倍の波長を持つ構造が主として乱流エネルギーを担っていることを示す. しかし, このレイノルズ数 ( $Re_\tau=180$ ) では, PMS のピーク値は, 壁から離れるにしたがって減少している.

他方, レイノルズ数が高くなると (Fig. 7(b),  $Re_\tau=640$ ), 中心付近に大きなピークが現れる. このピークは, 壁から垂直方向にチャンネル中心までの約半分の位置に現れる. この中心付近のピークは, Jimenez[12] によって指摘されたもので, Large-scale motion または large-scale structure (以下では“大規模構造”)と呼ばれている. その span 方向の波長は, 彼らによれば約  $2\delta$  とされていた. この構造は大きいため変動の周期も緩やかで, 安定した統計量を得るのは非常にむずかしい. 今回も可能な限りの計算時間を投入し, 現在のところ



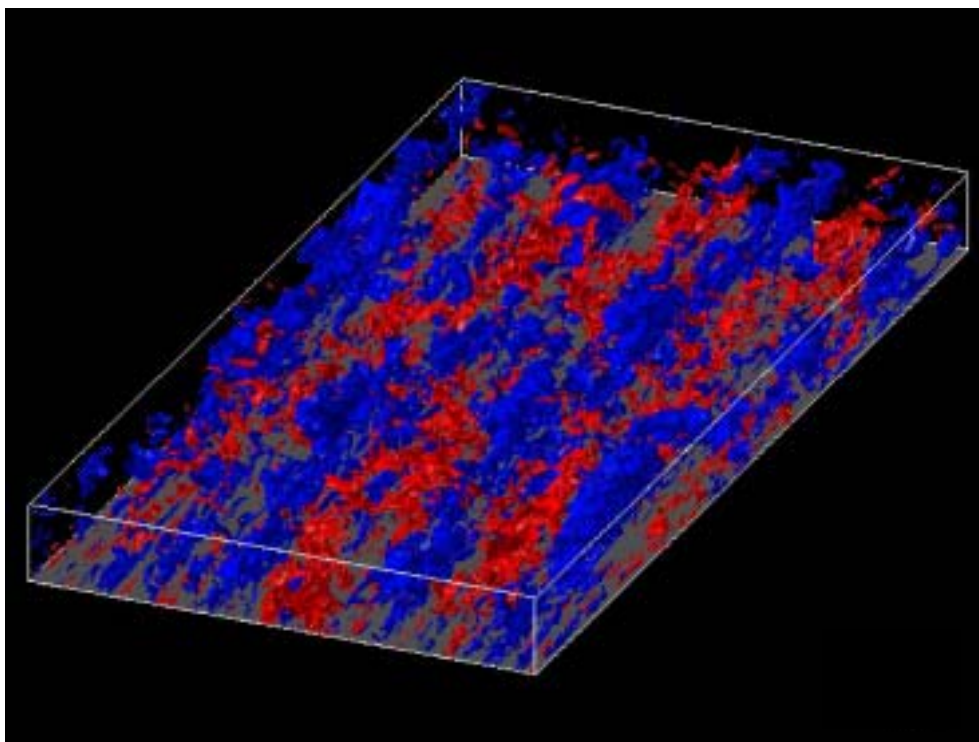


Fig. 8: Visualization of large-scale motion existing in central region of turbulent Poiseuille flow ( $Re_{\tau}=640$ ).

る，このスパン方向の波長は，壁面から中心までの半分の位置では，約  $1.3\delta$  と見込んでいる．

この波長は，波数に換算すると  $k_z^+=0.007 \sim 0.008$  に相当する．これは，上記で， $Re_{\tau}=640$  の壁面せん断応力 ( $\tau_1, \tau_3$ ) のスパン方向スペクトルにおいて，低波数領域に小さな凸部が現れた波数と一致する．したがって，上記の凸部は，中心付近に存在する大規模構造の反映であるといえる．このような観点から，Fig. 5 を再度観察すると，赤と青の細いストリーク行動が多数存在するものの，赤の密集する領域と青の密集領域とが，かなり明白に区別できる．これは，壁面にまで大規模構造の影響が及んでいることの視覚的な発現であるといえる．

チャンネルの中心部に現れる大規模構造は，これまで PMS や二点相関係数から議論されてきたが，視覚的に認識されたことがなかったので，筆者らのグループで，その可視化を試みた．その方法は，通常通り高速領域と低速領域を色分けして表示する方法であるが，通常は，壁面量で規格化して表示するため，壁面近傍の構造しか現れないので，これを壁面からの各位置に於ける変動量の r.m.s. 値で規格化することとした．その結果得られた可視化図が，Fig. 8 である．壁から離れた位置に，確かに大規模な構造の存在することが示されている．そのスパン方向の波長も， $1.3 \sim 1.6\delta$  であり，上記の大規模構造が，たしかに可視化されていることが，確認できる．また，流れ方向にも見てゆくと，赤と青の領域が入れ替わって現れており，少なくとも一波長は確保されていることもわかる．

この種の大規模構造が存在することでよく知られた他の例として，クエット乱流がある．クエット乱流とは，二枚の平行平板の一方が移動する（あるいは双方が逆方向に移動する）ことにより，駆動される流れである．（これまで述べてきたポアズイユ乱流では，平板は固定

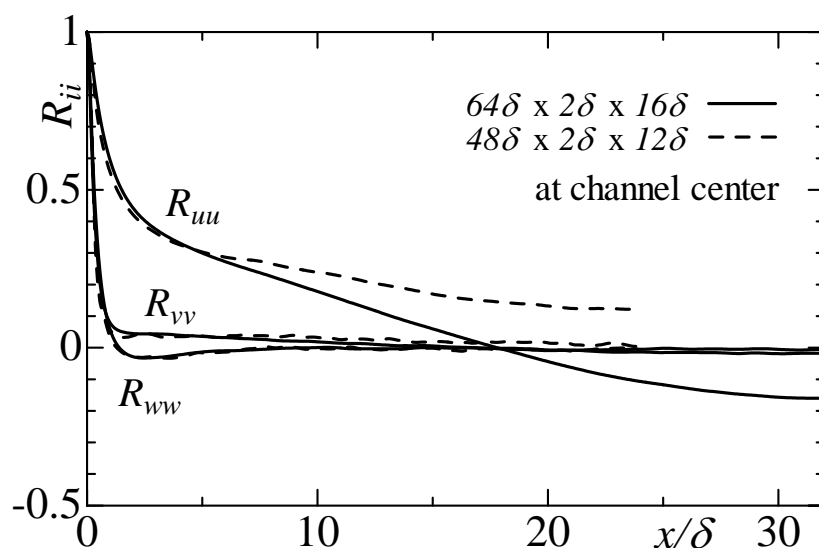


Fig. 9: Two-point correlation in streamwise direction of turbulent Couette flow; Comparison of calculations with two different domain lengths.

されており，圧力勾配によって駆動される。)クエット乱流の DNS から得られた流れ方向の速度変動の二点相関を，Fig. 9 に示す(新谷ら[13])．図中には，流れ方向の計算領域が  $48\delta$  と  $64\delta$  の場合が比較されている．領域が短い  $48\delta$  の場合には，流れ方向二点相関は有意な正の値にとどまっているが，領域の長い  $64\delta$  になると，マイナスに落ちる．これは，少なくとも一波長が確保されたことを示している．

このときの可視化図を，Fig. 10 に示す．領域が短い  $48\delta$  の場合には，たしかに流れ方向にほぼ直線的な構造が存在するが， $64\delta$  を確保すると，この構造が分断され，ジグザグの構造が現れることがわかる．上記のポアズイユ乱流では，この一波長を確保するのに要した計算領域は  $12\delta$  程度であったのに対し，クエット乱流では少なくとも  $60\delta$  を要することがわかり，クエット乱流における大規模構造のいわば“強固さ”がよく現れている．

#### 4 あとがき

以上，これまでの平行平板間乱流に関する DNS のこの 15 年間の歴史を振り返り，どのようにして，高いレイノルズ数への展開が行われてきたかを見た．さらに，レイノルズ数が高くなるに従い，渦構造が微細化すると同時に，中心付近の大規模構造も明確化してくることを示した．このため，より高いレイノルズ数の DNS には，細かいメッシュと大きな計算領域の双方が必要となり，さらに大きな計算負荷が要求される．最近我が国では，世界的にも最大規模のいくつかの計算機が稼働し始めている．これらからの結果は，本稿の執筆時(2003 年 5 月)においては，まだ公表されていないので，本稿には掲載できないが，近い将来に，この分野で，また新たな発展が我が国から発信されることが期待される．

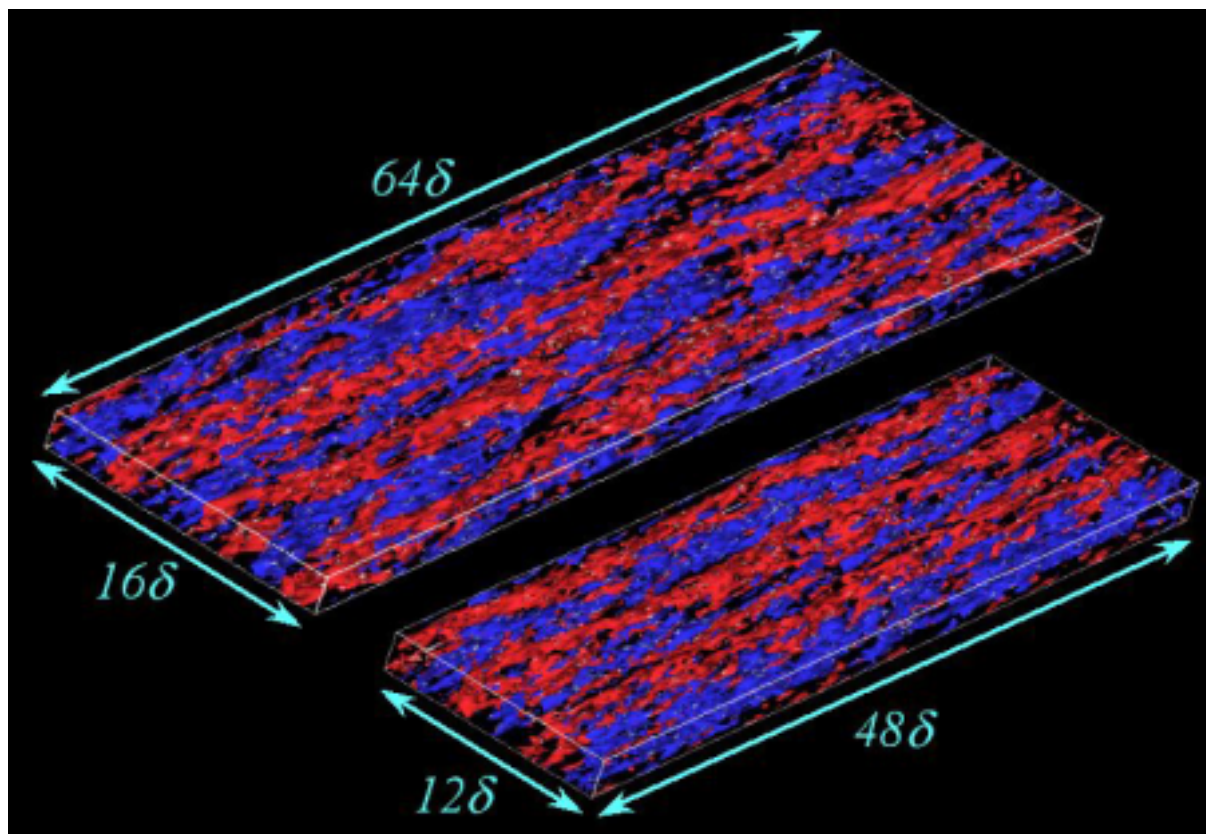


Fig. 10: Visualization of large-scale motion existing in central region of turbulent Couette flow; Comparison of calculations with two different domain lengths.

### 謝 辞

本項に記載した DNS は、航空宇宙技術研究所との共同研究で行ってきたものである。同研究所の松尾裕一氏、阿部浩幸氏に深い謝意を表する。また、本稿の執筆には、当研究室院生の新谷賢司君の助力を得た。計算には、東京理科大学、名古屋大学、九州大学の VPP5000 を使用した。

### 参考文献

- [1] Orszag, S. A. and Patterson, G. S., "Numerical simulation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulence", Phys. Rev. Lett., vol. 28, (1972), 76-79.
- [2] Kim, J., Moin, P. and Moser, R., "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number", J. Fluid Mech., vol. 177, (1987), pp. 133-166.
- [3] Moser, R. D., Kim, J. and Mansour, N. N., "Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to  $Re_{\tau}=590$ ", Phys. Fluids, vol. 11, (1999), 943-945.
- [4] Abe, H. Kawamura, H. and Matsuo, Y., "Direct numerical simulation of a fully developed turbulent channel flow with respect to Reynolds number dependence", Trans. ASME J. Fluids Eng., vol. 123, (2001), 382-393.
- [5] Hussain, A. K. M. F. and Reynolds, W. C., "Measurements in fully developed turbulent channel flow", Trans. ASME J. Fluids Eng., vol. 97, (1975), 568-580.

- [6] Iwamoto, K., Suzuki, Y. and Kasagi, N., “ Reynolds number effect on wall turbulence: toward effective feedback control ”, Int. J. Heat and Fluid Flow, vol. 23, (2002), 678-689.
- [7] 店橋, 岩瀬, 塩川, 柳川, 宮内, “ 乱流の微細渦構造のレイノルズ数依存性 ”, 第 16 回生研 NST シンポジウム講演論文集, (2001), 14.
- [8] del Alamo, J. C. and Jimenez, J., “ Direct numerical simulation of the very large anisotropic scales in a turbulent channel ”, CTR Annual Research Briefs, (2001), 329-341.
- [9] Abe, H. and Kawamura, H., “ A study of turbulence thermal structure in a channel flow through DNS up to  $Re_\tau=640$  with  $Pr=0.025$  and  $0.71$  ”, Proc. 9th European Turbulence Conf., (2002), 399-402.
- [10] Wietrzak, A. and Lueptow, R. M., “ Wall shear stress and velocity in a turbulent axisymmetric boundary layer ”, J. Fluid Mech., vol. 259, (1994), 191-218.
- [11] Nepomuceno, H. G. and Lueptow, R. M., “ Pressure and shear stress measurements at the wall in a turbulent boundary layer on a cylinder ”, Phys. Fluids, vol. 9, (1997), 2732-2739.
- [12] Jimenez, J., “ The largest scales of turbulent wall flows ”, CTR Annual Research Briefs, (1998), 137-154.
- [13] 新谷, 河村, 松尾, “ スカラー輸送を伴うクエット乱流の直接数値シミュレーション(第 2 報: 計算領域の影響) ”, 第 37 回日本伝熱シンポジウム, vol. 2, (2000), 563-564.