

DES による工学問題の解明

Investigation of Engineering Problems by DES

半場 藤弘

東京大学生産技術研究所

Fujihiro Hamba

Institute of Industrial Science, University of Tokyo

E-mail:hamba@iis.u-tokyo.ac.jp

1 はじめに

計算機の発達により large eddy simulation (LES) は複雑な流れ場にも適用できるようになり、乱流計算の主力となりつつある。しかし、航空機の翼周りの流れのような、固体壁を含む高レイノルズ数の流れ場を滑りなし条件を用いて計算することは依然として難しい。壁近くの流れを解像するには非常に多くの計算格子点が必要だからである。例えば、境界層を解像するには $Re^{1.8}$ の格子数が必要であり、翼周りの LES を行なうには 10^{11} の格子点が必要であるとの評価がある [1,2]。そのような高レイノルズ数の LES においては以前から人工的な壁面境界条件が試されてきた [3]。これは対数則や Spalding 則などの代数式を使い壁面最近傍格子の速度から壁面応力を求める方法である。しかし精度や汎用性の面で必ずしも十分でない。そこで最近、壁近くで別の細かい格子を埋め込み境界層方程式を解いて壁面応力を求める壁面モデルが開発されつつある [4,5]。

一方、一つの格子を使い壁近くでレイノルズ平均モデル (RANS) を使い、壁から離れたところで LES を用いるというハイブリッド型の計算も試みられている。代表的なものは Spalart et al. [2] が提案した detached eddy simulation (DES) と呼ばれる方法である。これは RANS として Spalart-Allmaras モデルを使い、LES として同モデルを拡張した SGS モデルを使う方法である。Davidson and Peng [6] は RANS として $k-\omega$ モデルを、LES としてエネルギーの 1 方程式モデルを用いてチャネル乱流と 2 次元丘まわりの流れを計算した。また、筆者も $k-\varepsilon$ モデルと 1 方程式モデルの LES を結合してチャネル乱流の計算を試みた [7]。

また RANS と LES のハイブリッド計算は上記の壁面のモデル化というだけでなく、他の目的にも有用である可能性がある。例えば、RANS の計算において壁面の非定常な性質を正確に取り込むために壁面近くで LES を使うことも考えられる [8]。また上流で RANS、下流で LES を用いて、上流境界の流入条件として平均量だけ与えるという方法も提案されている [9]。これらの関係を整理すると図 1 のようになる。壁面のモデル化という目的のハイブリッド計算のうち代表的なものが DES である。本論文では DES も含めハイブリッド計算について現状や問題点を解説する。

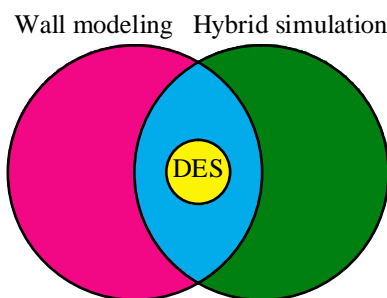


Fig. 1. Relationship between DES and hybrid simulation.

2 Detached Eddy Simulation(DES)

DES は翼周りの流れのように高レイノルズの壁乱流を計算するために、壁に付着した境界層は RANS で解き、壁から剥離した(detached)流れは LES で解くという方法である[2]。モデルとしては Spalart-Allmaras RANS モデルを用いる[2,10]。

$$\frac{D\tilde{v}}{Dt} = c_{b1}\tilde{S}\tilde{v} + \frac{1}{\sigma}[\nabla \cdot ((v + \tilde{v})\nabla\tilde{v}) + c_{b2}(\nabla\tilde{v})^2] - c_{w1}f_w\left[\frac{\tilde{v}}{\tilde{d}}\right]^2 \quad (1)$$

ここで \tilde{v} は粘性の次元をもつ変数で、これに減衰関数をかけたものが渦粘性となる。また、 \tilde{S} は渦度の大きさを表す量、 f_w は減衰関数、 c_{b1} 、 c_{b2} 、 c_{w1} 、 σ はモデル定数である。特に注意するのは長さスケール \tilde{d} で、これは次の式で与える。

$$\tilde{d} = \min(d, C_{DES}\Delta), \quad \Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \quad (2)$$

ここで d は壁からの距離、 Δ は格子幅、 C_{DES} はモデル定数である。この \tilde{d} が切替わることにより、壁に近い領域では RANS を、壁から離れた領域では LES を行なう。すなわち、壁近くでは $\tilde{d} = d$ となり通常の Spalart-Allmaras モデルであるが、壁から離れると $\tilde{d} = C_{DES}\Delta$ となり一種の 1 方程式型の SGS モデルとなるからである。図 2 に DES をバックステップ流れに適用した場合の RANS と LES の領域を表す。RANS と LES の境界線は $d = C_{DES}\Delta$ を満たす位置である。 C_{DES} の値や格子の配置を変えると境界線の位置も変わる。DES はまず翼周りの流れで試され、航空分野でさまざまな剥離流れに適用されつつある[2,11-13]。また、独立の複数のコードを使い、高レイノルズ数のチャンネルの計算を行ない比較されている[10]。

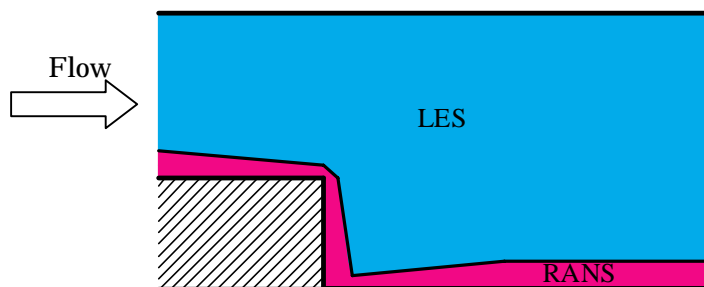


Fig. 2. RANS and LES regions in the DES of the backward-facing step.

3 他のハイブリッド計算

DES 以外にも RANS と LES のハイブリッド計算が行われている。Davidson and Peng[6]は壁近くで $k-\omega$ モデル、壁から離れた領域で SGS エネルギーによる 1 方程式 SGS モデルを使って、チャンネル流や 2 次元丘周りの流れを計算した。また筆者も RANS として $k-\varepsilon$ モデル、LES として 1 方程式 SGS モデルを使ってチャンネル流の計算を試みた[7,8]。また Baldwin-Lomax モデルと Smagorinsky SGS モデルを用いて超音速の Base 流れが計算されている[14,15]。

このように DES も含めていくつかのハイブリッド計算が試されているが、それらの間の違いとして大きいのは使うモデルの種類である。DES では RANS として Spalart-Allmaras モデルを LES としてそれを拡張したモデルを使っている。RANS としては翼周りなど航空分野の流れのモデルとして確立しているが、LES として Spalart-Allmaras の拡張モデルがどの程度の精度があるかは必ずしも明確ではない。両モデルとも同じ変数の 1 方程式モデルなので自然につながることができる点が長所である。一方、より一般の流れに適用することを考えると RANS として 2 方程式モデルである $k-\varepsilon$ モデルや $k-\omega$ モデルを使うことが考えられる。その場合 LES として SGS 乱流エネルギーを変数として用いる 1 方程式モデルが使われる。この SGS モデルは Smagorinsky モデルとほぼ同程度の結果を出すことが知られている。Smagorinsky モデルでなく 1 方程式モデルを用いるのは、RANS の k 方程式と素直につなげるためである。ただし、RANS の ε 方程式の LES との接続方法については確立しておらず更なる考察が必要である。一方もし RANS として Baldwin-Lomax モデルのような 0 方程式モデルで十分であるなら、LES としては Smagorinsky モデルを用いるのが最も自然である。

モデルの種類他に、RANS と LES の領域をつなげる方法にも違いがある。DES では長さスケール \tilde{d} を用いて RANS と LES を切替えているが、一点で一気に切り替わるのではなくなだらかに切り替わっている。というのは \tilde{d} が d から $C_{DES}\Delta$ に変わった直後では乱流粘性は通常の LES より大きく、一種の very large eddy simulation (VLES) として働くからである。また、RANS と LES を切替える緩衝層を設け Δ の値を変化させ、乱流粘性率を RANS の大きな値から徐々に SGS の小さな値に切替える例もある[7]。一方、RANS と LES を切替える点を 1 点に固定する方法もある[6]。これは方程式を連続的につなげるというより界面の境界条件を通じて物理量をつなげることになる。このようにいくつかの方法が考えられるが、どの方法が最適であるかは今後の検討が必要である。

4 ハイブリッド計算の欠点と改良

Nikitin et al. [10]は独立の 3 つのコードを使いチャンネル流の DES を行い、比較検討した。DES を用いることにより $Re_\tau=80,000$ もの大きなレイノルズ数の計算ができることを示した。しかし、RANS と LES をつなげる領域で平均速度勾配が過大になり、速度分布に段差ができてしまうことを指摘した。図 3 は DES を含む 3 つのハイブリッド計算によるチャンネルの平均速度分布である。速度の段差は DES だけの欠点ではなく、 $k-\varepsilon$ や $k-\omega$ モデルと 1 方程式 SGS モデルを接続する場合にも同様に見られ、ハイブリッド計算の共通の欠点であると考えられる。

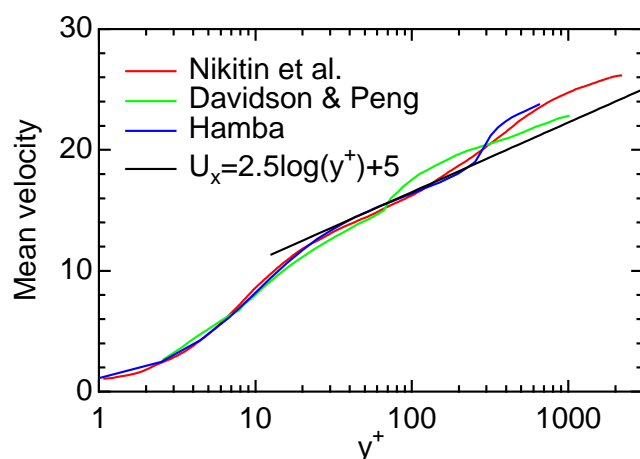


Fig. 3. Mean velocity profiles obtained from hybrid simulations of channel flow by Nikitin et al.[10], Davidson and Peng[6], and Hamba[8].

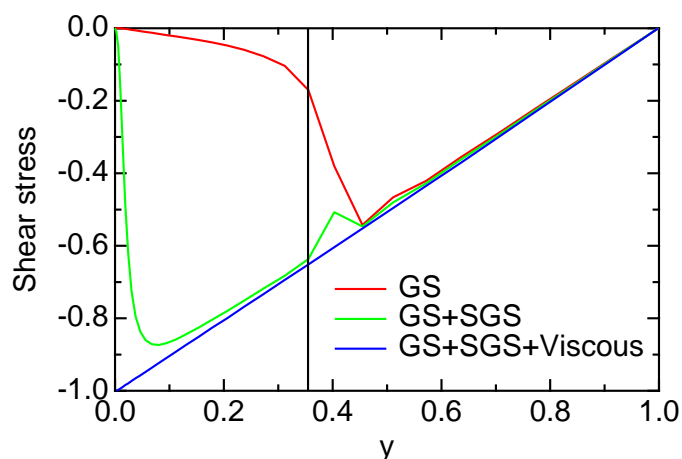


Fig. 4. Profiles of shear stress obtained from hybrid simulation of channel flow.

まず段差が生じる原因について考えてみる。図 4 はハイブリッド計算におけるチャンネルのレイノルズ剪断応力の分布である[7]。GS は $\langle \bar{u}''\bar{v}'' \rangle$ 、SGS は $\langle \overline{u'v'} \rangle$ 、Viscous は $-v\partial\langle \bar{u} \rangle / \partial y$ を表す。縦の実線は RANS と LES を切替える界面を表す。左側の RANS の領域では SGS 成分すなわちモデルの渦粘性の成分が卓越し、右側の LES の領域では GS 成分が卓越している。これ自体はハイブリッド計算として自然な結果であるが、よく見ると界面すぐ近くの LES 領域 ($y=0.4$) で GS 成分の絶対値が十分大きな値をとっていないことがわかる。ここは LES 領域であるので本来は y^{-1} の線形分布にほぼ等しくなくてはならないが、隣接する RANS 領域の影響で過小評価されていると推測される。このように GS 成分が過小評価されると、SGS 成分が大きくなるのではなく SGS モデルとして渦粘性近似を用いているので平均速度勾配が過大評価されることとなる。

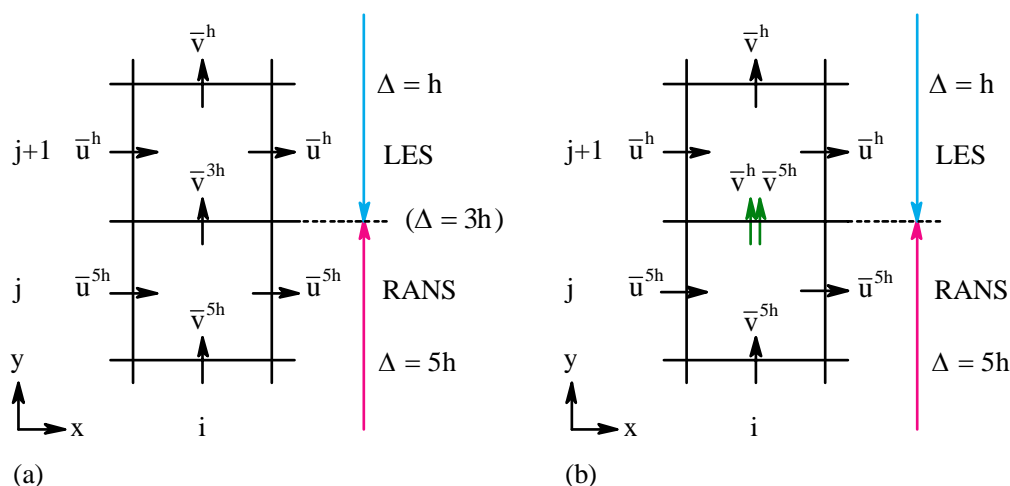


Fig. 5. Grid cells and velocity components defined in (a) old scheme and (b) new scheme.

この段差をなくす方法として、界面で新たなフィルター平均を導入する方法、速度揺らぎのランダムな外力を導入する方法、スムージング関数を用いる方法が提案されている [7,16,17]。ここでは GS 成分の過小評価の原因は、フィルター幅の急激な変化に伴う不整合性であると推測し、次のように界面で新たなフィルター平均を導入し 2 種類の速度を定義して改良する方法について説明する [7]。図 5(a)は界面近くでの格子であり、上側の LES の領域ではフィルター幅 Δ が格子幅 h に等しく $\Delta = h$ 、下側の RANS の領域では仮に $\Delta = 5h$ とおく。また界面上では実効的に $\Delta = 3h$ と仮定する。2 次の中心差分で、例えば速度 \bar{u} の発展方程式の y 方向の移流項だけ抜き出すと次のように離散化される。

$$\frac{\partial \bar{u}_{j+1/2}^h}{\partial t} = -\frac{1}{h_y} (\dots - \bar{u}_j^{3h} \bar{v}_j^{3h}) + \dots \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_{j-1/2}^{5h}}{\partial t} = -\frac{1}{h_y} (\bar{u}_j^{3h} \bar{v}_j^{3h} - \dots) + \dots \quad (4)$$

上付の添字はフィルター幅を示す。(3)式の $\bar{u}_j^{3h} \bar{v}_j^{3h}$ は運動量の y 方向へのフラックスを表す。この項は本来は $\bar{u}_j^h \bar{v}_j^h$ を使うべきところである。一般にフィルター幅が大きいほど SGS 粘性が大きくなり GS 成分の時空間的な揺らぎが小さくなる。したがって平均的には $|\bar{u}_j^{3h} \bar{v}_j^{3h}| < |\bar{u}_j^h \bar{v}_j^h|$ となり、この移流項の揺らぎが過小評価される。すると $\bar{u}_{j+1/2}^h$ の揺らぎが小さくなり、結果的にレイノルズ応力 $\langle \bar{u}'' \bar{v}'' \rangle$ が過小評価されることを示している。

そこでフィルター幅 Δ が h から $5h$ に急激に変化する際の不整合性を減らすため、図 5(b)のように界面上で速度を 2 種類定義する。そのために新しく x - z 面のフィルター平均 $\hat{\cdot}$ を導入する。

$$\bar{v}_j^{5h} = \widehat{\bar{v}}_j^h \quad (5)$$

このときのフィルター平均 $\hat{\cdot}$ の幅として $\hat{\Delta} = 2\sqrt{6}h (= \sqrt{5^2 - 1^2}h)$ を用いた。さらに速度の発展方程式は

$$\frac{\partial \bar{u}_{j+1/2}^h}{\partial t} = -\frac{1}{h_y} (\dots - \bar{u}_j^h \bar{v}_j^h) + \dots \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_{j-1/2}^{5h}}{\partial t} = -\frac{1}{h_y} (\widehat{\bar{u}_j^h \bar{v}_j^h} - \dots) + \dots \quad (7)$$

とする。こうすれば $\bar{u}_{j+1/2}^h$ に対して適切な移流項の値を与え過小評価をなくし段差の解消に役立つことが期待できる。

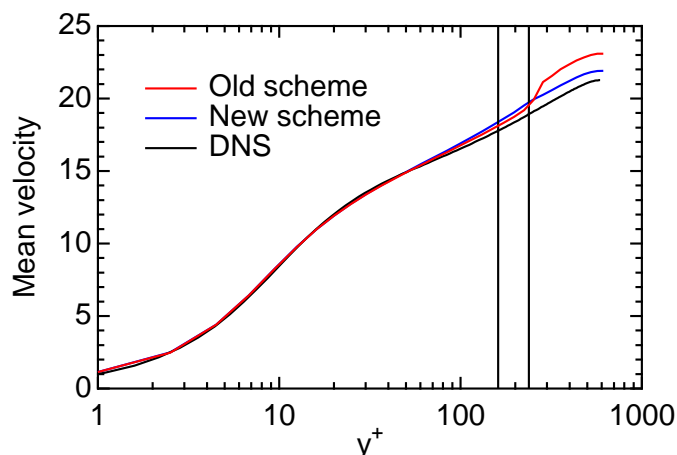


Fig. 6. Mean velocity profiles obtained using old and new schemes.

図 6 に従来の方法と新たにフィルターを導入した方法による平均速度分布を示す。実線は Moser et al. [18] の DNS の値である。ハイブリッド計算のモデルとしては RANS では $k-\varepsilon$ モデル、LES では 1 方程式モデルを用いている。従来の方法では図 4 と同様に段差が見られるのに対し、新しい方法では段差がかなり減少していることがわかる。ただ DNS の結果と比べると全体的にやや値が大きく、これを改良することは今後の課題である。

5 壁面のモデル化以外へのハイブリッド計算の応用

高レイノルズ数の壁乱流の LES のために壁面近くを RANS で解くという目的の他にも、ハイブリッド計算の応用が考えられる。例えば壁近くを LES で、壁から離れた領域を RANS で計算することも考えられる [8]。これは LES による RANS の壁面境界条件の改良ともみなせる。例えば乱流による音の発生を扱う場合、物体周りの非定常な乱流を解くことは必須である。もし物体から離れた領域で音圧などの物理量が RANS 型のモデルで計算できるとしたら、この種のハイブリッド計算が役に立つと思われる。

いままで考察したものは RANS と LES の界面は壁に平行で、チャンネルの主流にも平行であるが、主流に垂直に界面をとり RANS と LES を切替えることも考えられる。例えば周期境界条件を用いずにチャンネル流を計算する場合、上流の境界で平均速度だけでなく非定常な 3 次元の速度揺らぎを指定しなくてはならない。この場合上流の一部を RANS で解き、その下流を LES で解くことができれば、上流の境界条件として平均速度や乱流エネルギーなど平均値だけを与えるだけで済む [9]。

6 おわりに

高レイノルズ数の LES のための壁面モデルとして DES を含むハイブリッド計算はひとつの重要な候補である。ただし必ずしもハイブリッド計算が最適とは限らず、モデルや数値計算法に劇的な改良を加える必要があるかもしれない。一方、RANS と LES を組み合わせることは、壁面モデル以外の実用的な目的でも、あるいは理論的な観点からもとても興味深い。RANS の長所と LES の長所を取り入れてより正確な数値解析をしようというのは自然な発想である。しかし、LES のフィルター平均は空間平均の一種として定義されるが、RANS のレイノルズ平均(アンサンブル平均)は具体的にどう定義したらいいか、フィルター平均とつなげることが本来可能なのかなどの本質的な疑問も残る。また RANS と LES をつなげる中間の領域では、なんらかの非定常 RANS あるいは VLES に相当する領域が存在し、非定常なレイノルズ平均値や通常の LES より大きい格子幅を用いる VLES で既存のモデルを使うと精度が落ちることも考えられる。このように RANS と LES のハイブリッド計算はまだ発展途上で試行錯誤の段階である。とはいえ、ハイブリッド計算が精度良く計算できる方法が確立すれば工学的にとっても有用であることはまちがいない。そのためにはハイブリッド計算をいろいろな流れ場に積極的に応用して可能性を試すと同時に、チャンネル流などの基礎的な流れでその妥当性をきちんと検証し改良していくことが重要であると思われる。

参考文献

- [1] D. R. Chapman, "Computational aerodynamics development and outlook," AIAA J., **17**, (1979), 1293-1313.
- [2] P. R. Spalart, W. H. Jou, M. Strelets, and S. R. Allmaras, "Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach," Proc. First AFOSR International Conference on DNS/LES, (1997), 137-147.
- [3] 森西, "LES による乱流解析の実用化のための基礎研究", 東京大学博士論文, (1989)
- [4] E. Balaras, C. Benocci, and U. Piomelli, "Two-layer approximate boundary conditions for large-eddy simulations," AIAA J., **34**, (1996), 1111-1119.
- [5] W. Cabot and P. Moin, "Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high Reynolds number flow," Flow Turbulence Combust., **63**, (1999), 269-291.
- [6] L. Davidson and S. H. Peng, "A hybrid LES-RANS model based on a one-equation SGS model and a two-equation $K-\omega$ model," Proc. Second International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Vol. 2, (2001), 175-180.
- [7] F. Hamba, "A hybrid RANS/LES simulation of turbulent channel flow," Theoret. Comput. Fluid Dynamics, **16**, (2003), 387-403.
- [8] F. Hamba, "An attempt to combine large eddy simulation with the $k-\varepsilon$ model in a channel-flow calculation," Theoret. Comput. Fluid Dynamics, **14**, (2001), 323-336.
- [9] P. Batten, U. C. Goldberg, S. Palaniswamy, and S. R. Chakravarthy, "Hybrid RANS/LES:

spatial-resolution and energy-transfer issues,” Proc. Second International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Vol. 2, (2001), 159-164.

[10] N. V. Nikitin, F. Nicoud, B. Wasistho, K. D. Squires, and P. R. Spalart, “An approach to wall modeling in large-eddy simulations,” Phys. Fluids, **12**, (2000), 1629-1632.

[11] M. Strelets, “Detached eddy simulation of massively separated flows,” AIAA Paper, 2001-0879, (2001).

[12] J. R. Forsythe, K. A. Hoffmann, and K. D. Squires, “Detached-eddy simulation with compressibility corrections applied to a supersonic axisymmetric base flow,” AIAA Paper, 2002-0586, (2002).

[13] 向井, 山本, 高木, “DES による薄翼失速の非定常数値解析”, 第 16 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集, (2002), 207

[14] F. E. Camelli and R. Lohner, “Combining the Baldwin Lomax and Smagorinsky turbulence models to calculate flows with separation regions,” AIAA Paper, 2002-0426, (2002).

[15] 河合, 藤井, “LES, LES/RANS hybrid を用いた超音速 Base 圧予測性能の向上”, 日本航空宇宙学会第 34 期年会講演会講演集, (2003), 52-55

[16] U. Piomelli, E. Balaras, K. D. Squires, and P. R. Spalart, “Interaction of the inner and outer layers in Large-Eddy Simulations with wall-layer models,” Engineering Turbulence Modelling and Experiments 5, (2002), 307-316.

[17] L. Temmerman, M. A. Leschziner, and K. Hanjalic, “A priori studies of a near-wall RANS model within a hybrid LES/RANS scheme,” Engineering Turbulence Modelling and Experiments 5, (2002), 317-326.

[18] R. D. Moser, J. Kim, and N. N. Mansour, “Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau=590$,” Phys. Fluids, **11**, (1999), 943-945.