

高速で伝播するデフラグレーション波の固有不安定性

Intrinsic Instability of Deflagration Waves Propagating with Fast Velocity

門脇 敏

長岡技術科学大学 機械系

Satoshi Kadowaki

Department of Mechanical Engineering, Nagaoka University of Technology

E-mail: kadowaki@mech.nagaokaut.ac.jp

1 はじめに

デフラグレーション波（燃焼波）において固有不安定性が生じる要因として、流体力学的効果、拡散・熱的效果、外力効果が考えられる[1]。これらの効果の中で、気体の熱膨張による流体力学的効果は、最も本質的な要因である。なぜなら、燃焼反応では常に発熱が伴い、気体の熱膨張が生じるからである。

デフラグレーション波の流体力学的不安定性は、初めに Darrieus[2]と Landau[3]により独立に研究された。彼らは音速と比較して充分遅い速度で伝播するデフラグレーション波を考え、微小擾乱に対する波面の不安定性解析を行った。そして、燃焼による気体の熱膨張により、不連続なデフラグレーション波はあらゆる擾乱に対して不安定になることを示した。彼らが解析で得た結論は、我々の経験と必ずしも一致しない。しかし、充分小さい波数に対する解としては有効であり、後の流体力学的不安定性の研究の礎となった解析である。その後、予熱域厚さを考慮した安定性・不安定性解析[4-7]および数値計算[8-12]が盛んに行われた。得られた結果は充分小さい波数域（充分長い波長域）で Darrieus と Landau の解に漸近している。また、安定限界を示す臨界波数が求められ、それより大きい波数域でデフラグレーション波は安定になることが示されている。

Darrieus と Landau を始めとする従来の研究では、場の流速が音速と比較して充分小さい、つまり場のマッハ数が充分小さい ($M \ll 1$) との仮定が用いられている。そして、全領域の圧力はほぼ一定の下で、解析が行われている。実際、多くの場合、デフラグレーション波の伝播速度は音速と較べて充分小さい。しかし、水素-酸素混合気のデフラグレーション波は大きな伝播速度をもつので、常に $M \ll 1$ の仮定が成り立つとは限らない[13]。そして、マッハ数が有限の値 ($0 < M < 1$) をもつときの不安定性は、 $M \ll 1$ のときのそれとかなり違ってくる[14]。

ここでは、高速で伝播するデフラグレーション波の固有不安定性を解説する。そして、Darrieus-Landau 解との違いについて説明する。

2 不安定性解析

2.1 流れ場

本解析では、流れを準一次元（主流は x 方向のみ）とし、気体の粘性、熱伝導、物質拡散、および外力を無視する。不連続な定在波面（ $x = 0$ ）の両側では、以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \rho_1 u_1 &= \rho_2 u_2 \\ p_1 + \rho_1 u_1^2 &= p_2 + \rho_2 u_2^2 \\ \frac{1}{2} u_1^2 + C_p T_1 + Q &= \frac{1}{2} u_2^2 + C_p T_2 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 ρ は密度、 u は x 方向の速度、 p は圧力、 C_p は定圧比熱、 T は温度、 Q は発熱量である。また、添字 1 は上流域（未燃域）を、添字 2 は下流域（既燃域）を示している。式 (1) と理想気体の状態方程式から、以下の関係式を得る。

$$\begin{aligned} \eta &= -\gamma M_1^2 (\xi - 1) + 1 \\ \eta &= \frac{(\gamma + 1) - (\gamma - 1)\xi + 2\gamma q}{(\gamma + 1)\xi - (\gamma - 1)} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 ξ は速度比（ $= u_2 / u_1$ ）、 η は圧力比（ $= p_2 / p_1$ ）、 M_1 は未燃ガス流速のマッハ数、 γ は比熱比、 q は無次元発熱量である。式 (2) は、Rayleigh 線と Hugoniot 曲線として知られている。ここでは、デフラグレーション波を考えているので、 $M_1 < 1$ のときの解のみを採用する。マッハ数が大きくなると共に、速度比は大きくなり、圧力比は小さくなる。この速度比と圧力比のマッハ数依存性が、デフラグレーション波の不安定性に大きな影響を与える。

2.2 不安定性解析

微小擾乱に対するデフラグレーション波の不安定性解析を行う。物理量を以下のように平均量と微小変動量に分解する。

$$\begin{aligned} \rho &\Rightarrow \rho + \Delta\rho, \quad u \Rightarrow u + \Delta u \\ v &\Rightarrow v + \Delta v, \quad p \Rightarrow p + \Delta p \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 y 方向（波面の接線方向）の速度の変動量 v は 0 である。三保存則より導出される微小変動量に関する方程式は、二次以上の微小量が無視すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta\rho}{\partial t} + u \frac{\partial \Delta\rho}{\partial x} + \rho \left(\frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \frac{\partial \Delta v}{\partial y} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \Delta u}{\partial t} + u \frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Delta p}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \Delta v}{\partial t} + u \frac{\partial \Delta v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Delta p}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \Delta p}{\partial t} + u \frac{\partial \Delta p}{\partial x} + \gamma p \left(\frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \frac{\partial \Delta v}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 t は時間である。次に、微小変動量 Δf （ $= \Delta\rho, \Delta u, \Delta v, \Delta p$ ）を

$$\Delta f \propto \exp(\omega t + \sigma x + iky) \tag{5}$$

と置く．ここで， ω は増幅率， k は波数である．式 (5) を式 (4) に代入すると， σ に関する 4 次方程式が得られる．

$$\{a^2(\sigma^2 - k^2) - (\omega + u\sigma)^2\}(\omega + u\sigma)^2 = 0 \tag{6}$$

ここで， a は音速である．方程式 (6) を解くことにより， σ には 4 つのモードが存在することが分かる．そして，微小変動量はこれらのモードの線形結合で書き表わされる．

不連続なデフラグレーション波面 ($x \doteq 0$) では，以下に述べる境界条件を満足する必要がある [1-3]．

- ・波面の法線方向の気体の速度と波面の移動速度が一致する条件．
- ・波面の接線方向の速度成分が連続となる条件．
- ・連続の式および運動量保存の式より導かれる波面での保存条件．

上記の境界条件に微小変動量の解を代入すると，固有値問題となる．この固有値問題を解くことにより，増幅率と波数の関係，つまり分散関係が得られる．ここで，不安定強度

$$\Omega = \frac{\omega}{u_1 k} \tag{7}$$

を導入すると，分散関係は

$$\Omega = \Omega_0 + M_1^2 \Omega_1 \tag{8}$$

となる．不安定強度は常に正の値をもつので，増幅率も正となり，不連続なデフラグレーション波は無条件不安定となる．式 (8) 右辺の第一項は，Darrieus-Landau 解と同じものである．また，第二項は密度の変動を考慮することにより出てきた項である．

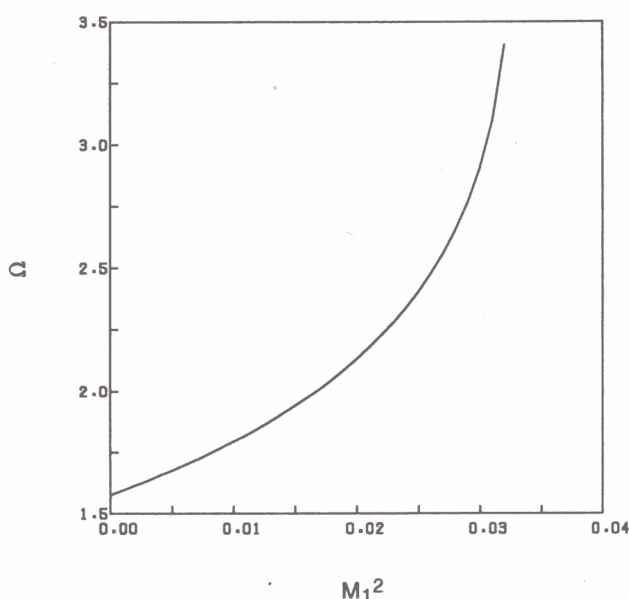


図 1 不安定強度とマッハ数の関係 ($q = 6, \gamma = 1.4$) [14]

図 1 は、不安定強度とマッハ数の関係を示したものである [14]。マッハ数が零のとき、不安定強度は Darrieus-Landau 解と一致している。そして、マッハ数が大きくなると共に、不安定強度は単調に増大する。

2.3 Darrieus-Landau 解との比較

Darrieus と Landau の解析では、 $M \ll 1$ (圧力一定) の仮定が用いられ、以下の増幅率と波数の関係が導出されている。

$$\omega = \Omega_0 u_1 k, \quad \Omega_0 = \frac{-\xi + \sqrt{\xi^3 + \xi^2 - \xi}}{\xi + 1} \quad (9)$$

高速で伝播するデフラグレーション波では、常に $\Omega > \Omega_0$ であるので、その増幅率は Darrieus と Landau の解析で求められたものより大きい。つまり、Darrieus-Landau 不安定性よりさらに不安定である。

低速で伝播するデフラグレーション波 ($M \ll 1$) に対して、予熱域厚さ (有限の特性長) を考慮した不安定性解析が行われ、 $k \ll 1$ で Darrieus-Landau 解に漸近し、ある波数で $\omega = 0$ となる分散関係が求められている [4-7]。その後、高速で伝播するデフラグレーション波 ($0 < M < 1$) に対しても同様な解析が行われ、分散関係が求められている [15]。図 2 は分散関係を示したものであり、増幅率は流入速度 (燃焼速度) と予熱域厚さで、波数は予熱域厚さで無次元化されている。分散関係は、 $k \ll 1$ で式 (8) の解 (図中の破線) に漸近する。そして、伝播マッハ数が大きくなると共に、増幅率は増大し不安定域は拡大する。この様に、高速で伝播するデフラグレーション波の不安定性を調べるときは、圧力変化を考慮し、それによる不安定強度の増大を解析に組み入れる必要がある。

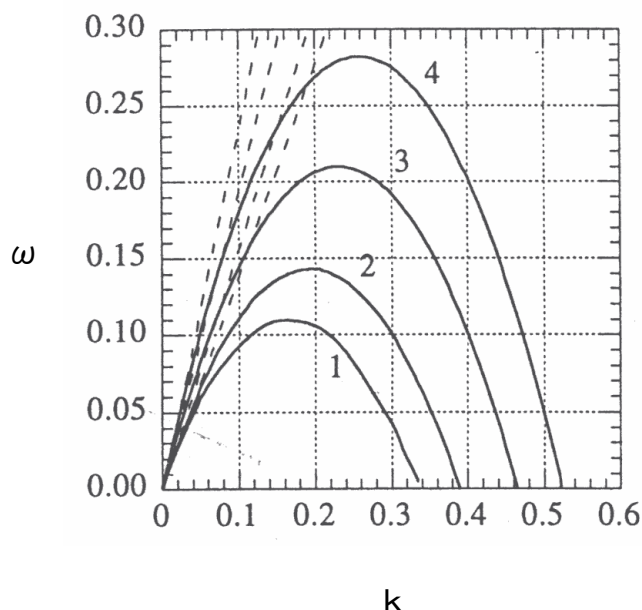


図 2 分散関係 (1 : $M_1 = 0$, 2 : $M_1 = 0.1$, 3 : $M_1 = 0.15$, 4 : $M_1 = 0.17$) [15]

3 数値計算

低速で伝播するデフラグレーション波の不安定性の数値計算結果を行った。微小擾乱に対する火炎の不安定性を調べ、その分散関係を求めた結果が図 3 である [16]。ルイス数が小さくなると共に、増幅率は大きくなり不安定域は広がる。これは、拡散・熱的効果によるものである。固有不安定性により生じるセル状火炎の不安定挙動を示したのが図 4 である [17]。セル状火炎形成の後、不安定な挙動が見られる。

高速で伝播するデフラグレーション波の数値計算が行われた。そして、低速の場合と比較し、不安定挙動が大きく異なることが示されている [18]。

4 おわりに

高速で伝播するデフラグレーション波の不安定性解析を行い、Darrieus-Landau 解との比較を行った。伝播マッハ数が大きくなると共に、不安定性が増大し、不安定域は拡大する。従って、高速で伝播するデフラグレーション波の不安定性を調べるときは、圧力変化を考慮し、それによる不安定強度の増大を解析に組み入れる必要がある。

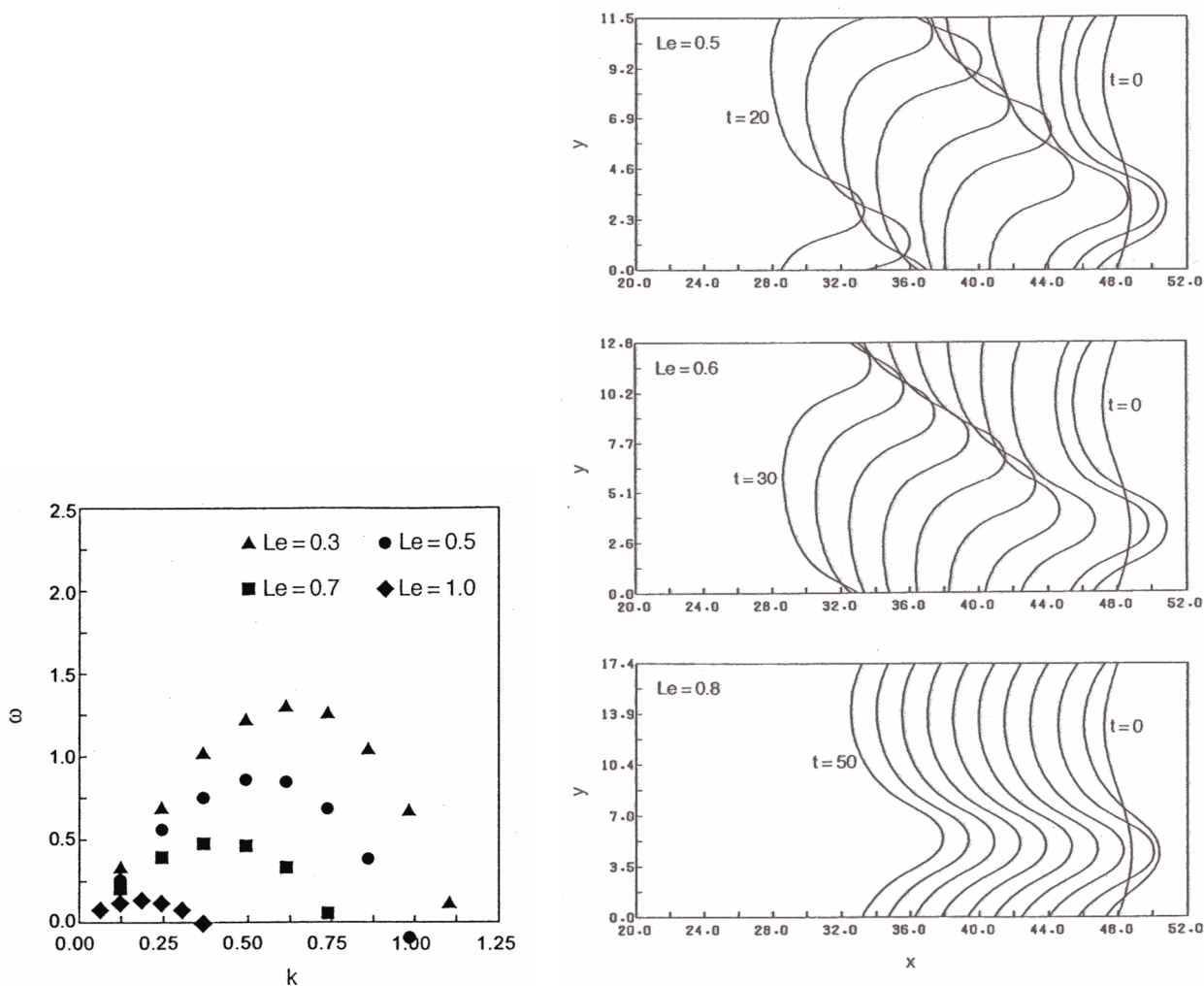


図 3 分散関係 ($T_f = 7$) [16]

図 4 セル状火炎の不安定挙動 [17]

参考文献

1. Williams, F. A. 燃焼の理論(柘植俊一監訳), 日刊工業新聞社, 1987, pp. 361-377.
2. Darrieus, G., Unpublished works presented at La Technique Moderne, 1938.
3. Landau, L. D., On the theory of slow combustion, Acta Physicochim(URSS), vol. 19 (1944), pp. 77-85.
4. Frankel, M. and Sivashinsky, G. I., The effect of viscosity on hydrodynamic stability of a plane flame front, Combust. Sci. Technol., vol. 29 (1982), pp. 207-224.
5. Pelce, P. and Clavin, P., Influence of hydrodynamics and diffusion upon the stability limits of laminar premixed flames, J. Fluid Mech., vol. 124 (1982), pp. 219-237.
6. Matalon, M. and Matkowsky, B. J., Flame as gasdynamic discontinuities, J. Fluid Mech., vol. 124 (1982), pp. 239-259.
7. Kadowaki, S. and Tsuge, S., On the critical stability of a plane flame with a preheat zone of finite thickness, Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., vol. 28 (1985), pp. 108-119.
8. Denet, B. and Bonino, J. L., Laminar premixed flame dynamics: a comparison of model and complete equations. Combust. Sci. Technol., vol. 99 (1994), pp. 235-252.
9. Denet, B. and Haldenwang, P., A numerical study of premixed flames Darrieus-Landau instability, Combust. Sci. Technol., vol. 104 (1995), pp. 143-167.
10. Bychkov, V. V., Golberg, S. M., Liberman, M. A., and Eriksson, L. E., Numerical simulation of curved flames in cylindrical tubes, Combust. Sci. Technol., vol. 129 (1997), pp. 217-242.
11. Kadowaki, S., The influence of hydrodynamic instability on the structure of cellular flames, Phys. Fluids, vol. 11 (1999), pp. 3426-3433.
12. Kadowaki, S., The body-force effect on the cell formation of premixed flames, Combust. Flame, vol. 124 (2001), pp. 409-421.
13. Urtiew, P. A. and Oppenheim A. K., Experimental observations of the transition to detonation in an explosive gas, Proc. R. Soc. London A, vol. 295 (1966), pp. 13-28.
14. Kadowaki, S., Instability of a deflagration wave propagating with finite Mach number, Phys. Fluids, vol. 7 (1995), pp. 220-222.
15. Travnikov, O. Y., Liberman, M. A., and Bychkov, V. V., Stability of a planar flame front in a compressible flow, Phys. Fluids, vol. 9 (1997), pp. 3935-3937.
16. 門脇敏, 燃焼の科学と技術, vol. 6, supplement (1998), pp. 3-12.
17. Kadowaki, S., Body-force effect on the lateral movement of cellular flames at low Lewis numbers, Phys. Rev. E, vol. 63 (2001), 026303.
18. Travnikov, O. Y., Bychkov, V. V., and Liberman, M. A., Influence of compressibility on propagation of curved, Phys. Fluids, vol. 11 (1999), pp. 2657-2666.